

ریاضی

برائے طلباء و طالبات

درجہ متوسطہ

8



تنظیم المدارس اہل سنت پاکستان

ریاضی

برائے طلباء و طالبات

درجہ متوسطہ

تنظیم المدارس اہل سنت پاکستان

ریاضی کی کتاب کے جملہ حقوق
تنظیم المدارس اہل سنت پاکستان
محفوظ ہیں۔

پبلشرز

تنظیم المدارس اہل سنت (پاکستان)

8- راوی پاک راوی روڈ لاہور پاکستان

042-37731045

یونٹ IV

تناسب
(Proportion)

اس یونٹ میں ہم سیکس گے:

❖ مرکب تناسب کا تصور

❖ روزمرہ زندگی سے متعلقہ مرکب تناسب پر عمارتی سوالات

پچھلی جماعت میں ہم یہ کہہ چکے ہیں کہ

دو نسبتوں کی برابری کو تناسب کہتے ہیں۔

اگر چار مقداریں a, b, c, d اور تناسب میں ہوں تو ان کو یوں لکھتے ہیں

$$a : b :: c : d$$

یہ دراصل دو نسبتوں a:b اور c:d کا باہمی تعلق ہوتا ہے۔

تناسب کی مندرجہ ذیل دو قسمیں ہیں۔

(i) تناسب راست (ii) تناسب معکوس

4.1 تناسب راست (Direct Proportion)

اگر دو ہوائی دو قسمیں اس طرح ہوں کہ ایک تناسب کی مقدار کے بڑھنے سے یا کم ہونے سے دوسری نسبت کی مقدار بھی اسی نسبت سے بڑھے یا کم ہو تو ان نسبتوں کے درمیان قائم ہونے والے تناسب کو تناسب راست کہتے ہیں۔ اس تناسب میں

$$a : b :: c : d$$

اگر

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

ہوگا

مثال: ایک درجن انڈوں کی قیمت 28 روپے ہو تو 21 روپے میں کتنے انڈے ملیں گے

حل: $\left\{ \begin{array}{l} \text{رقم بڑھ رہی ہے} \\ \text{اور انڈوں کی تعداد بھی بڑھ رہی ہے} \end{array} \right\}$ تناسب درست

x = فرض کیا انڈوں کی تعداد

قیمت : قیمت :: انڈے : انڈے

$$21 : x :: 28 : 12$$

$$\frac{12}{x} = \frac{28}{21}$$

$$x \times 28 = 12 \times 21$$

$$x = \frac{12 \times 21}{28}$$

انڈے = 9

4.2 تناسب معکوس (Inverse Proportion)

دو نسبتوں کا ایسا تعلق جس میں ایک نسبت کی مقدار بڑھنے سے دوسری نسبت کی مقدار اسی تناسب سے کم ہو رہی ہو تو ایسی نسبتوں کے درمیان قائم ہونے والے تناسب کو تناسب معکوس کہتے ہیں۔

اس تناسب میں ایک نسبت دوسری نسبت کے معکوس کے برابر ہوتی ہے۔

یعنی چار مقداریں a, b, c, d اگر تناسب معکوس میں ہوں تو

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

تناسب معکوس کی وضاحت درج ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال:

ایک گھر میں 10 آدمیوں کے لیے 21 دن کی خوراک موجود ہے اگر 3 آدمی چلے جائیں تو وہی خوراک

کتنے دنوں کے لیے کافی ہوگی؟

حل: 10 آدمیوں میں سے 3 آدمی چلے گئے تو باقی آدمیوں کی تعداد 7 = 10 - 3 ہوگی۔

$\left\{ \begin{array}{l} \text{آدمیوں کی تعداد کم ہوگی تو} \\ \text{راش زیادہ دنوں کے لیے کافی ہوگا} \end{array} \right\}$ ← تناسب معکوس

فرض کیا دنوں کی مطلوبہ تعداد x ہے۔

دن	آدمی
21	10
x	7

$$\frac{x}{21} = \frac{10}{7}$$

$$x = \frac{10 \times 21}{7} 30 \text{ دن}$$

پس راشن 30 دنوں کے لیے کافی ہوگا۔

4.3 تناسب مرکب (Compound Proportion)

دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے باہمی تعلق کو تناسب مرکب کہتے ہیں۔ تناسب مرکب سے متعلق سوالات حل کرنے کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں کی مدد سے کی جاتی ہے۔

مثال 1:

اگر 35 مزدور 5 گھنٹے میں 805 مکعب سینٹی میٹر زمین کھود لیتے ہیں تو بتائیں کہ 30 مزدور 6 گھنٹے میں کتنے مکعب

سینٹی میٹر زمین کھود لیں گے؟

تناسب راست	←	{	مزدوروں کی تعداد کم ہوگی
تناسب راست	←		زمین کی کھدائی بھی کم ہوگی
تناسب راست	←	{	کام کا وقت زیادہ ہوگا
تناسب راست	←		کام کی مقدار بھی زیادہ ہوگی

فرض کیا زمین کی کھدائی $x \text{ cm}^3$ ہو تو

مزدور	گھنٹے	cm^3
35 ↑	5 ↑	805 ↑
30 ↑	6 ↑	x ↑

$$\frac{x}{805} = \frac{6}{5} \times \frac{30}{35}$$

$$x = \frac{6}{5} \times \frac{30}{35} \times 805$$

$$x = 6 \times 6 \times 23$$

$$x = 828 \text{ cm}^3$$

مثال 2:

8000 روپے 4 افراد کے ایک کتبے کے لیے 40 دن کے لیے کافی ہیں۔ اسی حساب سے 15000 روپے

میں کتنے دن تک 5 افراد کا گزارہ ہو سکے گا؟

حل:

روپوں کی تعداد بڑھ رہی ہے	←	تناسب راست
دنوں کی تعداد بھی بڑھ رہی ہے	←	تناسب معکوس
افراد کی تعداد بڑھ رہی ہے	←	
دنوں کی تعداد کم ہو رہی ہے	←	

$x =$ فرض کیا دنوں کی تعداد

دن	افراد	روپے
40 ↑	4 ↓	8000 ↑
x ↑	5 ↓	15000 ↑

$$\frac{x}{40} = \frac{4}{5} \times \frac{15000}{8000}$$

$$x = \frac{40 \times 4 \times 15000}{5 \times 8000}$$

$$x = 60 \text{ دن}$$

مشق 4

1. 12 کوئٹل سامان کا کرایہ 18 کلومیٹر سفر کے لیے 20 روپے ہو تو 8 کوئٹل سامان کا کرایہ 20 کلومیٹر سفر کے لیے کتنا ہوگا؟
2. 12 میٹر لمبی دیوار 14 معیار 12 دن میں بنائے گئے ہیں۔ 120 میٹر لمبی دیوار کو 7 دن میں کتنے معیار بنائیں گے؟
3. 1440 آدمیوں کے پاس 32 دن کی خوراک موجود تھی۔ کتنے آدمی چلے جائیں کہ وہی خوراک 40 دن کے لیے کافی ہو جبکہ راشن فی کس $1\frac{1}{2}$ کنا کر دیا جائے؟ (اشارہ: راشن کی نسبت میں پہلا رکن 1 اور دوسرا رکن $3/2$ ہے)
4. 15 مشینیں 6 دن چلنے سے 360 سویر تیار کرتی ہیں۔ 3 مشینیں خراب ہو جائیں تو باقی مشینیں 10 دن میں چلا کر کتنے سویر بنے جاسکتے ہیں؟
5. 30 آدمی 6 گھنٹے روزانہ کام کر کے ایک سڑک 56 دن میں مرمت کرتے ہیں۔ بتائیں 45 آدمی 7 گھنٹے روزانہ کام کر کے اتنی ہی لمبی سڑک کتنے دنوں میں مرمت کریں گے؟
6. اگر 60 عورتیں 8 گھنٹے روزانہ کام کر کے 48 کلو گرام پھاس چن لیتی ہوں تو 30 عورتیں 12 گھنٹے روزانہ کام کر کے کتنی پھاس چن لیں گی؟
7. اگر 8 میٹر لمبے اور 3 میٹر چوڑے قالین کی قیمت 1572 روپے ہو تو 12 میٹر لمبے اور 6 میٹر چوڑے قالین کی قیمت کیا ہوگی؟
8. اگر 15 کارگر 9 دنوں میں 20,250 روپے کا کام کر لیں تو 12 کارگر 12 دنوں میں کتنے روپے کا کام کریں گے؟
9. 70 آدمی 150 میٹر لمبی دیوار 12 دن میں بنالیتے ہیں۔ اسی حساب سے 600 میٹر لمبی دیوار 30 دن میں کتنے آدمی بنالیں گے؟
10. ایک چرواہے کو 18 سوئیں 6 ہفتے تک چرانے کے عوض 2700 روپے ادا کیے جاتے ہیں۔ اسے 24 سوئیں 8 ہفتے چرانے کے لیے کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟
11. ایک ٹھیکیدار نے ایک عمارت 30 دن میں بنانے کا فیصلہ کیا اور 20 آدمی کام پر لگائے۔ 10 دن میں کام کا صرف $1/4$ حصہ ختم ہوا۔ وہ کتنے آدمی اور لگائے کہ کام پورے وقت پر ختم ہو جائے؟

-1

درست غلط بیانات

درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط کے سامنے "F" لکھیے۔

- (i) دو نسبتوں کی برابری نسبت کھلاتی ہے۔
- (ii) اگر a, b, c, d تناسب درست میں ہوں تو $bc=ad$ ۔
- (iii) دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے ایسی تعلق کو مرکب تناسب کہتے ہیں۔
- (iv) دو نسبتوں کی برابری تناسب کھلاتی ہے۔
- (v) تناسب کے لیے علامت "∴" استعمال ہوتی ہے۔
- (vi) دو مقداروں میں نسبت کو ظاہر کرنے کے لیے علامت "∴" استعمال ہوتی ہے۔
- (vii) تناسب منکوس میں ایک نسبت دوسری نسبت کے ضربی منکوس کے برابر نہیں ہوتی۔
- (viii) $a:b$ کو $\frac{a}{b}$ کے برابر نہیں کہا جاسکتا۔
- (ix) کمیتوں کی تعداد اور ان کی قیمت میں تناسب منکوس ہوگا۔
- (x) آدمیوں کی تعداد اور خوراک کی مقدار میں تناسب منکوس ہوگا۔

-2

مکمل سوالات

خالی جگہ موزوں الفاظ/اعداد سے پر کیجیے۔

- (i) $\frac{a}{b}$ کو نسبت کی صورت میں _____ لکھتے ہیں۔
- (ii) اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ تو a, b, c, d تناسب _____ میں ہوں گے۔
- (iii) مرکب تناسب دو یا دو سے زیادہ _____ کے درمیان تعلق ہے۔
- (iv) ایک نسبت کی مقدار کے زیادہ ہونے سے دوسری نسبت کی مقدار اسی تناسب سے کم ہو تو ایسا _____ تناسب _____ کہلاتا ہے۔
- (v) اگر 20 آدمی ایک دیوار کو 5 دنوں میں بناتے ہوں تو 10 آدمی اسی دیوار کو _____ دنوں میں بنائیں گے۔

معروضی سوالات

یونٹ V

جذر (Square Root)

اس یونٹ میں ہم سیکس گئے:

- ❖ قدرتی اعداد کا جذر مربع معلوم کرنا
- ❖ ایسی سکور عام اور سکور اعشاریہ کا جذر مربع معلوم کرنا جو مکمل مربع ہوں
- ❖ غیر تامل اعداد کا تصور
- ❖ 2, 3, 2.5 وغیرہ جیسے نامکمل مربع اعداد کا جذر مربع معلوم کرنا
- ہم پچھلی جہت میں پڑھ چکے ہیں کہ کسی عدد کا جذر ایک ایسا عدد ہے جس کا مربع دیا ہوا عدد ہو۔ جذر کے لیے علامت $\sqrt{\quad}$ استعمال کی جاتی ہے۔ جذر مربع کے لیے صرف جذر کا نقطہ بھی استعمال کیا جاتا ہے۔
- 5.1 قدرتی اعداد کا جذر مربع بذریعہ تقسیم معلوم کرنا

(Finding square root of Natural Numbers by Division Method)

پچھلی جماعتوں میں ہم نے تجویز کی حد سے چھوٹے اعداد کا جذر معلوم کرنا سیکھا۔ اس طریقہ سے بڑے اعداد کا جذر معلوم کرنا آسان نہیں۔ آئیے اب بڑے اعداد کا جذر معلوم کرنے کے لیے ایک اور طریقہ دیکھتے ہیں اسے تقسیم کا طریقہ کہتے ہیں۔

کسی قدرتی عدد کا جذر معلوم کرنے کے لیے:

- (i) عدد میں دیے گئے ہندسوں کے دائیں سے بائیں دو دو کے جوڑے بنائیے (اگر ہندسوں کی تعداد عجیب ہوگی تو مکمل جوڑے بن جائیں گے اور اگر ہندسوں کی تعداد طاق ہوگی تو بائیں طرف آخر میں ایک ہندسہ رو جائے گا)
- (ii) ایسا عدد تلاش کیجیے جس کا مربع بائیں طرف سے آخری جوڑے یا ہندسے کے برابر یا اس سے کم ہو۔
- (iii) باقی کا طریقہ کار نیچے دی گئی مثال میں واضح کیا گیا ہے۔

مثال 1: 625 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

	25
2	$\overline{625}$
	$-4 \downarrow \downarrow$
45	$\overline{225}$
	-225
	0

41x1=41
42x2=84
43x3=129
44x4=176
45x5=225

$$\sqrt{625} = 25$$

اس لیے

-3

کثیر الانتخابی سوالات

ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں صحیح جواب کے لیے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی خالی جگہ پر لکھیے۔

- (i) اگر a, b, c اور d تناسب راست میں ہوں تو _____
(a) $ac=cd$ (b) $ad=bc$ (c) $a+b=c+d$ (d) $ab=cd$
- (ii) اگر a, b, c اور d تناسب معکوس میں ہوں تو _____
(a) $ac=bd$ (b) $ad=bc$ (c) $a+b=c+d$ (d) $ab=cd$
- (iii) اگر 3, 4, 6 اور x تناسب راست میں ہوں تو x کی قیمت ہوگی _____
(a) 3 (b) 4 (c) 6 (d) 8
- (iv) اگر 3, 5, x اور 9 تناسب معکوس میں ہوں تو x کی قیمت ہوگی _____
(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 15
- (v) اگر 3, a, b, 5 تناسب راست میں ہوں تو ab کی قیمت ہوگی _____
(a) 3 (b) 5 (c) 15 (d) 8

-4

مختصر جوابی سوالات (خود کریں)

مندرجہ ذیل سوالوں کے مختصر جواب دیجیے۔

- i. تناسب راست کی تعریف کیجیے۔
- ii. تناسب معکوس کی تعریف کیجیے۔
- iii. تناسب کی تعریف کیجیے۔
- iv. تناسب مرکب کی تعریف کیجیے۔
- v. 30 آدمی ایک کام کو 9 دنوں میں کریں تو 10 آدمی اسی کام کو کتنے دنوں میں کریں گے۔

مثال 2:

$$\begin{aligned} 1 \frac{11}{25} &= \frac{36}{25} \\ \sqrt{1 \frac{11}{25}} &= \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} \\ &= \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5} \end{aligned}$$

مثال 3: $28\frac{4}{9}$ کا جذر معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} 28\frac{4}{9} &= \frac{256}{9} \\ \sqrt{\frac{256}{9}} &= \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{9}} \\ &= \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3} \end{aligned}$$

لچپ معلومات

$$\left. \begin{aligned} n \text{ ہندسی عدد کے جذر میں ہندسوں کی تعداد} \\ n \text{ ہندسی عدد کے جذر میں ہندسوں کی تعداد} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} n \text{ ایک جفت عدد ہو} \\ n+1 \text{ ایک طاق عدد ہو} \end{aligned}$$

کیا آتا سکتے ہیں؟

5 ہندسی عدد کے جذر میں کتنے ہندسے ہوں گے؟

6 ہندسی عدد کے جذر میں کتنے ہندسے ہوں گے؟

مشق 5.2

مندرجہ ذیل مسور کا جذر معلوم کریں۔

- | | | | |
|----------------------|------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1. $\frac{144}{255}$ | 2. $\frac{169}{256}$ | 3. $\frac{784}{841}$ | 4. $\frac{1024}{1225}$ |
| 5. $2\frac{34}{81}$ | 6. $6\frac{1}{4}$ | 7. $5\frac{41}{64}$ | 8. $12\frac{24}{25}$ |
| 9. $9\frac{67}{121}$ | 10. $1\frac{136}{225}$ | 11. $101\frac{92}{169}$ | 12. $2517\frac{196}{289}$ |

مثال 2: عدد 1024 کا جذر معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r} 32 \\ 3 \overline{) 1024} \\ \underline{-9} \\ 124 \\ 62 \overline{) 124} \\ \underline{-124} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{1024}=32$$

پس

مثال 3: عدد 15129 کا جذر معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r} 123 \\ 1 \overline{) 15129} \\ \underline{-1} \\ 51 \\ 22 \overline{) 51} \\ \underline{-44} \\ 729 \\ 243 \overline{) 729} \\ \underline{-729} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{15129}=123$$

مشق 5.1

1. مندرجہ ذیل کے جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

- | | | |
|-------------|---------------|----------------|
| (i) 784 | (ii) 1225 | (iii) 2809 |
| (iv) 4225 | (v) 5184 | (vi) 7744 |
| (vii) 13689 | (viii) 29241 | (ix) 103041 |
| (x) 418609 | (xi) 10329796 | (xii) 30349081 |

5.2 مسور عام کا جذر (Square root of Common Fraction s)

ہم جانتے ہیں کہ مسور عام $\frac{4}{9}$ میں 4 شمار کنندہ اور 9 مخرج ہے۔

مسور عام کا جذر اسکے شمار کنندہ کے جذر کو مخرج کے جذر سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

اس لیے مسور عام کا جذر معلوم کرنے کے لیے ہم اسکے شمار کنندہ اور مخرج کے جذر علیحدہ علیحدہ معلوم کرتے ہیں۔

مثال 1: عدد $\frac{9}{16}$ کا جذر معلوم کریں

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{9}{16}} &= \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

حل:

$$41 \times 1 = 41$$

$$42 \times 2 = 84$$

$$43 \times 3 = 129$$

$$\therefore \sqrt{0.05361} = 0.231$$

مثال 3: 0.204304 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

حل:

$$\begin{array}{r} 0.452 \\ \overline{0.204304} \\ - .16 \\ \hline .0443 \\ - .0425 \\ \hline .001804 \\ - .001804 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{0.204304} = 0.452$$

5.3 کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کرنا

(Finding square Root of Decimal Fractions)

کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کرنے کے لیے

- (i) صحیح عدد کی جیسے کہ ہندسوں کے جوڑے دائیں سے بائیں بنائیے۔
- (ii) نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف کے ہندسوں کے جوڑے بائیں سے دائیں بنائیے۔
- (iii) نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف مکمل جوڑے بنانے کے لیے "0" لگائیے۔
- (iv) نقطہ اعشاریہ کے بعد کا جوڑہ اٹھارنے سے پہلے حاصل تقسیم میں نقطہ اعشاریہ لگائیے۔
- (v) دو جوڑے ایک وقت اٹھارتے ہوئے حاصل تقسیم میں "0" لگائیے۔

مثال 1: 180.9025 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r} 13.45 \\ \overline{180.9025} \\ - 1 \\ \hline .80 \\ - .69 \\ \hline 11.90 \\ - 10.56 \\ \hline 1.3425 \\ - 1.3425 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$1 \times 21 = 21$$

$$2 \times 22 = 24$$

$$3 \times 23 = 69$$

$$1 \times 2681 = 2681$$

$$2 \times 2682 = 5364$$

$$3 \times 2683 = 8049$$

$$4 \times 2684 = 10736$$

$$5 \times 2685 = 13425$$

$$1 \times 261 = 261$$

$$2 \times 262 = 524$$

$$3 \times 263 = 789$$

$$4 \times 264 = 1056$$

$$5 \times 265 = 1325$$

مثال 2: 0.053361 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

حل:

$$\begin{array}{r} 0.231 \\ \overline{0.053361} \\ - .04 \\ \hline .0133 \\ - .0129 \\ \hline .000461 \\ - .000461 \\ \hline 0 \end{array}$$

مثق 5.3

مندرجہ ذیل کسور اعشاریہ کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

- | | | |
|-----------------|----------------|-------------|
| 1. 0.3249 | 2. 0.5184 | 3. 10.24 |
| 4. 0.0676 | 5. 1402.5025 | 6. 20.5209 |
| 7. 648.7209 | 8. 23746129 | 9. 2981.16 |
| 10. 7613.609536 | 11. 0.00868624 | 12. 32.7184 |

5.4 غیر ناطق عدد کا تصور (Concept of an Irrational Number)

کچھ مکاش میں ہم غیر ختم حوالی کسر اعشاریہ کے بارے میں چلے گئے ہیں مثلاً $\frac{2}{3} \approx 0.6666$ ۔ ایک غیر ختم حوالی کسر اعشاریہ میں ہندسوں کا ایک گروپ اسی ترتیب سے بار بار آتا ہے۔ ہم غیر ختم حوالی کسر اعشاریہ کے بارے میں دیکھتے ہیں۔

ایسی کسر اعشاریہ جس میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف ہندسوں کی تعداد تو ختم ہو رہی ہو اور نہ ہی ہندسوں کا کوئی گروپ اسی ترتیب سے بار بار آ رہا ہو 'ایک غیر حوالی کسر اعشاریہ کہلاتی ہے۔ اس قسم کے اعداد غیر ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔

مثلاً $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ وغیرہ۔

مثال 1: 2 کا جذر معلوم کریں۔

حل:

	1.4142135...
1	2.00000000
	-1
2.4	1.00
	-96
2.81	.0400
	-.0281
2.824	.011900
	-.011296
	.00060400

ہم دیکھتے ہیں کہ 2 کا جذر معلوم کرنے کے عمل میں

(i) تقسیم کا عمل لائن ہی ہے یعنی کسی بھی سرے پر باقی "0" نہیں پڑتا۔

(ii) نقطہ اعشاریہ کے بعد ہندسوں کا کوئی گروپ اسی ترتیب سے بار بار نہیں آتا جیسا کہ ناطق اعداد کی صورت میں ہوتا ہے۔

مثلاً $\frac{2}{3} = 0.6666$

$$\frac{22}{7} = 3.1428571428571 \dots$$



اگر کسی عدد کا مربع عدد نہ ہو تو \sqrt{x} ایک غیر ناطق عدد ہوتا ہے۔

مثال 2: 2.5 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل:

	1.58.....
1	2.50000000
	-1
2.5	1.50
	-1.25
3.08	0.2500
	-.2464
3.16	0.00360000

$$\sqrt{2.5} = 1.58$$

اس قسم کے اعداد کا جذر نکالنے وقت حاصل تقسیم کو چند مراتب اعشاریہ تک محدود کر دیا جاتا ہے۔ یہاں پر ہم 3 مراتب اعشاریہ تک جواب معلوم کریں گے۔

کسی عدد کے جذر کو تین مراتب اعشاریہ تک محدود رکھنے کے لیے حاصل تقسیم میں نقطہ اعشاریہ کے بعد تین ہندسوں تک تقسیم کا عمل کیا جاتا ہے۔ چونکہ ہندسہ اگر 5 سے کم ہو تو اسے حذف کر دیا جاتا ہے اور اگر 5 یا 5 سے بڑا ہو تو تیسرے ہندسے میں 1 جمع کر کے پورا ہندسہ حذف کر دیا جاتا ہے۔

$$\sqrt{2} = 1.4142135 \dots \approx 1.414$$

$$\sqrt{7} = 2.64575 \dots \approx 2.646$$

مثال 3: 0.257960 کا جذر تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

حل:

اس کسر اعشاریہ میں صرف کسری حصہ ہے اور اس کا جذر تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کرنا ہے۔ اس

لئے اس کسری حصے میں تین جڑوں سے دائیں طرف بتائیں گے۔

	0.5078
5	0.25796000
	-0.25
1.007	0.007960
	-0.007049
1.0148	0.00091100
	-0.00081184
	9916

$$\sqrt{0.257960} \approx 0.508$$

پس

مشق 5.5

1. ایک مربعی کھیت کا رقبہ 14400 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔
2. ایک مربعی کھیت کا رقبہ 422500 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد بار لگانے کے لیے کتنی تاری کی ضرورت ہوگی؟
3. ایک باغبان 122500 درخت اپنے کھیت میں اس طرح لگانا چاہتا ہے کہ قطاروں کی اتنی ہی تعداد جتنی کے قطار میں درختوں کی تعداد ہے۔ وہ ایک قطار میں کتنے درخت لگائے گا؟
4. ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 10092 مربع میٹر ہے۔ اس کھیت کی لمبائی اسکی چوڑائی کا تین گنا ہے۔ اس کھیت کا احاطہ معلوم کریں۔
5. ایک دائرونی علاقہ کا رقبہ 616 مربع ڈیکس میٹر ہے۔ اس کا رداس معلوم کریں۔ (جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$)
6. ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 57800 مربع میٹر ہے۔ اگر اس کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا دو گنا ہو تو اس کھیت کے اضلاع کی لمبائیاں معلوم کریں۔
7. وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جس کو عدد 109087 میں سے تفریق کریں تو حاصل تفریق اک مکمل مربع ہو۔
8. ایک دائرونی میدان کو ہموار کرنے کا خرچہ بحساب 25 پیسے فی میٹر 2200 روپے ہے۔ اس میدان کا رداس کیا ہوگا؟ (جبکہ $\pi = \frac{22}{7}$)
9. ایک مربعی کھیت میں مل جانے کا خرچہ 2 روپے فی 100 مربع میٹر کے حساب سے 450 روپے بنتا ہے۔ اس کھیت کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔
10. ایک مربعی لان کا رقبہ 62500 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد گودار لگانے کے لیے کتنی لمبی تاری کی ضرورت ہوگی؟ تاری کے لگانے کا خرچہ بحساب 50 روپے فی میٹر کیا ہوگا؟

مشق 5.4

مندرجہ ذیل کا جذر تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

1.	2	2.	3	3.	5
4.	7	5.	11	6.	5.3

مندرجہ ذیل کا جذر دو مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

7.	3.6	8.	6.4	9.	28.9
10.	64.34	11.	816.081	12.	36.008

5.5 جذر کے متعلق عبادتی سوالات

مثال 1: 1225: طلباء ایک میدان میں اس طرح کھڑے ہوئے ہیں کہ ہر قطار میں اتنے ہی طلباء ہیں جتنی قطاریں ہیں۔ ہر قطار میں طلباء کی تعداد معلوم کریں۔

حل: چونکہ قطار میں طلباء کی تعداد اتنی ہی ہے جتنی قطاروں کی تعداد ہے۔ اس لیے 1225 کا جذر معلوم کرنا ہے۔

	35
3	1 2 2 5
	- 9
65	3 2 5
	3 2 5
	0

اس قطار میں طلباء کی تعداد 35 ہوگی۔

مثال 2: ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 18432 مربع میٹر ہے۔ کھیت کی چوڑائی اس لمبائی سے آدھی ہے اس کا احاطہ معلوم کریں۔

حل: چونکہ اسکی چوڑائی کھیت کی لمبائی سے آدھی ہے اس لیے یہ مستطیل دو برابر مربعی علاقوں میں تقسیم کی جاسکتی ہے۔

$$\frac{18432}{2} = \text{اس لیے ہر مربعی علاقے کا رقبہ}$$

$$= 9216 \text{ مربع میٹر}$$

چوڑائی		چوڑائی

اس کھیت کے ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے ہم 9216 کا جذر معلوم کریں گے۔ لمبائی

اس لیے مربعی علاقے کے ہر ضلع کی لمبائی 96 میٹر ہوگی۔	96
$= 96 \times 2$	9
مستطیلی کھیت کی لمبائی	9216
	- 81
	1116
	1116
	0
مستطیلی کھیت کا احاطہ	186

$$= 2(192 + 96)$$

$$= 2(288) = 576$$

مطابقت کے سوالات

(iii)

کالم B کے جملوں سے مطابقت رکھنے والے کالم A کے جملوں کے متعلقہ نمبر کالم C میں خالی جگہ پر لکھیے۔

A	B	C
(i) $\sqrt{2.25}$	(a) 12	
(ii) $\sqrt{25 \times 4}$	(b) 5	
(iii) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$	(c) 1.125	
(iv) $\sqrt{\frac{9}{16}}$	(d) 1.25	
(v) $\frac{3\sqrt{9}}{\sqrt{64}}$	(e) 10	
(vi) $\sqrt{16+9}$	(f) 1.5	
(vii) $\sqrt{16 \times \sqrt{9}}$	(g) .75	

کثیر الانتخابی سوالات

4.

ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں صحیح جواب کے لیے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی جگہ پر لکھیے۔

625 کے جذور میں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

(i)

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

$\sqrt{16 \times 4}$ برابر ہوگا۔

(ii)

- (a) 4 (b) 2 (c) 8 (d) 6

$\frac{\sqrt{1.96}}{100}$ برابر ہوگا۔

(iii)

- (a) 0.0014 (b) 1.4 (c) 0.14 (d) 0.014

$\sqrt{1\frac{9}{16}}$ برابر ہوگا۔

(iv)

- (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{7}{4}$ (c) $\frac{5}{4}$ (d) $\frac{4}{5}$

اگر ایک مربعی علاقہ کا رقبہ $64m^2$ ہو تو اس کا احاطہ ہوگا۔

(v)

- (a) 8m (b) 16m (c) 24m (d) 32m

معروضی سوالات

(i)

درست/غلط بیانات

درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط بیانات کے سامنے "F" لکھیے۔

(ii)

دو ہند کی اعداد کا جذور ایک ہند کی ہوتا ہے۔

(iii)

ایک ہند کی عدد کا جذور بھی ایک ہند کی ہوتا ہے۔

(iv)

1024 کا جذور تین ہند کی عدد ہوگا۔

(v)

625 کا جذور دو ہند کی عدد ہوگا۔

(vi)

کسی قدرتی عدد کا جذور معلوم کرنے کے لیے بائیں سے دائیں جوڑے بنائے جاتے ہیں۔

(vii)

کسی کسر عام کا جذور اس کے شمار کنندہ کے جذور کے برابر ہوتا ہے۔

(viii)

کسر عام کا جذور اس کے خیر کے جذور کے برابر ہوتا ہے۔

(ix)

کسر عام کے جذور میں اس کے شمار کنندہ کا جذور شمار کنندہ اور خیر کا جذور خیر ہی رہتا ہے۔

(x)

کسر اعشاریہ کا جذور معلوم کرنے کے لیے کسری حصے کے جوڑے بائیں سے دائیں بنائے جاتے ہیں۔

$\sqrt{2}$ ایک نامقل عدد ہے۔

تکلیلی سوالات

(ii)

مندرجہ ذیل میں خالی جگہ پر کریں۔

(i)

625 کے جذور میں _____ ہندسے ہیں۔

(ii)

103041 کے جذور میں _____ ہندسے ہیں۔

(iii)

16x81 کے جذور میں _____ ہندسے ہیں۔

(iv)

$\frac{9 \times 16 \times 9}{144} =$ _____

(v)

$\sqrt{1.69} =$ _____

(vi)

$\sqrt{\frac{4}{9} \times \frac{\sqrt{9}}{2}} =$ _____

(vii)

$\sqrt{\frac{169}{256}} =$ _____

(viii)

اگر کسی عدد کا مربعی عدد x ہو تو \sqrt{x} ایک _____ عدد ہے۔

(ix)

1.44 کا صحیح عددی حصہ _____ ہوگا۔

(x)

کسر اعشاریہ 0.666..... ایک _____ کسر اعشاریہ ہے۔

فیصد (Percentage)

یونٹ VI

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

❖ کمیشن کی صورت میں نفع و نقصان معلوم کرنا۔

❖ فروخت و درآمد کی صورت میں نفع و نقصان معلوم کرنا اور دہری فروخت میں موازنہ کرنا۔

❖ انشورنس کا تصور، زندگی کی انشورنس اور گاڑی وغیرہ کی انشورنس کے متعلق مسائل کا حل۔

❖ کل آمدنی و خالص آمدنی اور قابل ٹیکس آمدنی کا تصور۔

❖ کسی فرد کا انکم ٹیکس معلوم کرنا۔

بچہلی جماعتوں میں ہم فیصد اور نفع و نقصان کے سادہ مسائل حل کرنا سیکھ چکے ہیں۔

اس یونٹ میں ہم کمیشن کی صورت میں نفع و نقصان پر تھوڑے مشکل مسائل کا حل نکالیں گے اور

انشورنس اور انکم ٹیکس کے بارے میں بھی سیکھیں گے۔

6.1 نفع و نقصان (Profit and Loss)

ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{قیمت خرید} - \text{قیمت فروخت} = \text{خالص نفع}$$

$$\text{قیمت فروخت} - \text{قیمت خرید} = \text{نقصان}$$

$$\% \text{ نفع} = \frac{\text{خالص نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$\% \text{ نقصان} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$(vi) \sqrt{(25 - 16) \times 9} \text{ برابر ہوگا۔}$$

- (a) 3 (b) 5 (c) 4 (d) 9

$$(vii) \sqrt{8} \text{ ایک ایسا عدد ہے جو کہ}$$

- (a) ہفت ہے (b) طاق ہے (c) ناقص ہے (d) غیر ناقص ہے

$$(viii) \frac{81}{4} \text{ کا جذر ایک ایسا عدد ہے جو کہ}$$

- (a) ہفت ہے (b) طاق ہے (c) ناقص ہے (d) غیر ناقص ہے

$$(ix) \text{ مندرجہ ذیل میں سے کونسا عدد 0.75 کے برابر نہیں ہے؟}$$

- (a) $\frac{\sqrt{9}}{4}$ (b) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ (c) $\sqrt{9 \div 16}$ (d) $\sqrt{9 + 16}$

$$(x) \text{ مندرجہ ذیل میں سے کونسا عدد غیر ناقص ہے؟}$$

- (a) $\frac{3}{\sqrt{16}}$ (b) $\sqrt{\frac{18}{32}}$ (c) $\sqrt{16 \div 9}$ (d) $\sqrt{16 - 9}$

مثال: اگر کم نے ایکٹ جائیداد 2,60,000 روپے میں خریدی اور 10 فیصد منافع پر بیچ دی اس کا خالص منافع معلوم کریں۔

$$\begin{aligned}
 \text{روپے } 260,000 &= \text{قیمت خرید} \\
 &= 10\% \text{ منافع} \\
 &= \frac{\text{خالص منافع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100 \\
 &= \frac{\text{خالص منافع} \times \text{قیمت خرید}}{100} \\
 \text{روپے } 26000 &= \frac{260,000 \times 10}{100}
 \end{aligned}$$

6.2 کمیشن (Commission)

ہر تجارتی کمپنی اپنی مصنوعات وکانڈروں یا کمیشن ایجنٹوں کے ذریعے فروخت کرتی ہے اور ان کو اپنی مصنوعات کی نکلی ہوئی قیمت پر مقررہ شرح فیصد کے حساب سے رعایت دیتی ہے۔ یہ رعایت کمیشن کہلاتی ہے۔ کمیشن کی ایکٹ اور صورت بھی ہوتی ہے۔ جو کوئی ایجنٹ کسی پر اپنی کو خریدنے والے اور بیچنے والے دونوں سے سودا طے کروانے کے عوض وصول کرتا ہے اور اس کی شرح خریدار، فروخت کار اور ایجنٹ تینوں کی باہمی رضامندی سے مقرر ہوتی ہے۔

مثال 1: ایک صنعت کار ایک وکانڈار کو اپنی مصنوعات کی نکلی ہوئی قیمت پر 10% کمیشن دیتا ہے۔ نقد ادائیگی کی صورت میں بتایا رقم پر 6% کمیشن دیتا ہے۔ جس چیز کی نکلی ہوئی قیمت 1500 روپے ہو تو وکانڈار کو نقد ادائیگی کتنی کرنی پڑے گی؟

حل:

$$\begin{aligned}
 \text{روپے } 1500 &= \text{نکلی ہوئی قیمت} \\
 \text{روپے } 150 &= \frac{10 \times 1500}{100} = 10\% \text{ کمیشن} \\
 \text{روپے } 1350 &= 1500 - 150 \\
 \text{روپے } 81 &= \frac{6}{100} \times 1350 = \text{نقد ادائیگی پر مزید کمیشن} \\
 \text{روپے } 1269 &= 1350 - 81
 \end{aligned}$$

@ کو
"کی شرح ہے"
پڑھتے ہیں۔

مثال 2:

ایک پر اپنی ڈیلر نے ایک مکان کا سودا 6,00,000 روپے میں طے کر دیا اور بیچنے والے اور خریدنے والے دونوں سے 1% کمیشن وصول کی۔ بتائیے بیچنے والے نے کیا قیمت حاصل کی؟ خریدار نے کتنی قیمت ادا کی؟ ڈیلر کو کتنی کمیشن ملی؟

حل:

$$\begin{aligned}
 \text{روپے } 6,00,000 &= \text{مکان کی قیمت} \\
 \text{روپے } 6000 &= \frac{1 \times 6,00,000}{100} = \text{ڈیلر کی کمیشن @ 1\%} \\
 600000 - 6000 &= \text{فروخت کار کی رقم} \\
 &= 594000 \text{ روپے} \\
 600000 + 6000 &= \text{خریدار کی ادا کردہ رقم} \\
 &= 606000 \text{ روپے} \\
 6000 + 6000 &= \text{ڈیلر کی کل کمیشن} \\
 &= 12000 \text{ روپے}
 \end{aligned}$$

کیونکہ ڈیلر نے دونوں طرف سے 1% کمیشن کاٹا

مثال 6.1

- ایک فیکٹری کا مالک اپنی مصنوعات کی نکلی ہوئی قیمت پر وکانڈاروں کو 5% کمیشن دیتا ہے۔ نقد ادائیگی کی صورت میں بتایا رقم پر 5% مرید کمیشن دیتا ہے ایک چیز کی قیمت 1200 روپے نکلی ہو تو وکانڈار کتنی قیمت ادا کرے گا؟
- ایک چیز کی نکلی ہوئی قیمت 500 روپے ہے۔ اگر اس پر 15% کمیشن ہو تو کمیشن کی رقم معلوم کیجیے اور رعایتی قیمت بھی معلوم کیجیے۔
- ایک اخبار فروش نے ایک ماہ میں 10800 روپے کے اخبار فروخت کئے اور 1620 روپے کمیشن حاصل کی کمیشن کی شرح فیصد معلوم کریں۔
- ایک کمیشن ایجنٹ نے ایک مکان 3,50,000 روپے میں فروخت کر دیا اور اس نے خریدار اور فروخت کار دونوں سے 2% کے حساب سے کمیشن وصول کی فروخت کار کو کتنی رقم ملی۔ خریدار نے کتنی رقم ادا کی؟ اور ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟
- اسلم ایک دوکان پر سلازین ہے۔ اس کی تنخواہ 2500 روپے ماہانہ ہے۔ اسے 1% کمیشن اس کی بیل پر ملتا ہے اگر اس نے ایک ماہ میں 4,50,000 روپے کا سامان فروخت کیا ہو تو اس کی اس ماہ کی کل آمدنی معلوم کریں۔

بیمہ پالیسی بڑھانے یا مفدوری کے لیے بھی خریدی جاسکتی ہے۔
 پر بیمہ کی رقم بیمہ دار کی آمدنی کے 10 فیصد سے لے کر 50 فیصد تک ہو سکتی ہے۔
 ذیل میں مبالغہ، سر ملحق بلور سالانہ پر بیمہ کی رقم طے کرنے کے بارے میں مثال دی گئی ہے۔

مثال 1:

ایک بیمہ دار جس کی عمر نزدیک ترین سالگرہ 30 سال ہے۔

قرض کی اس کی پالیسی کی کل رقم 1,00,000 روپے ہے۔

سالانہ پر بیمہ کی رقم کل رقم 4.842 فیصد ہے۔

ششماہی پر بیمہ کی رقم سالانہ پر بیمہ کا 52 فیصد ہے۔

سر ملحق پر بیمہ کی رقم سالانہ پر بیمہ کا 27 فیصد ہے۔

مالیات پر بیمہ کی رقم سالانہ پر بیمہ کا 9 فیصد ہے۔

$$\text{روپے } 4842 = \frac{4.842}{100} \times 100,000 = \text{بھلا سالانہ پر بیمہ بھرنا } 4.842\%$$

$$\text{روپے } 250 = \frac{.25}{100} \times 100,000 = \text{پالیسی فیس بھرنا } 25\%$$

روپے 5092 = سالانہ پر بیمہ

بعض اوقات پالیسی فیس کی حد مقرر کردی جاتی ہے مثلاً یہ زیادہ سے زیادہ 200 روپے ہوگی۔ جس کا مطلب یہ ہوگا کہ اگر کل رقم 0.25% 200 روپے سے زیادہ بھی ہوگا تو بھی 200 روپے ہی ادا کرنا ہوگا۔

قرض کیا کہ پالیسی فیس 250 روپے کی بجائے 200 روپے ہی ہے تو پیچھے دی گئی مثال میں

$$= 4842 + 200$$

روپے 5042 =

$$= \frac{52}{100} \times 5042 = 2621.84$$

ششماہی پر بیمہ

روپے 2622 =

$$= \frac{27}{100} \times 5042 = 1361.134$$

سر ملحق پر بیمہ

روپے 1361 =

$$= \frac{9}{100} \times 5042 = 453.78$$

مالیات پر بیمہ

روپے 454 =

6. ایک ایجنٹ نے ایک زمیندار کی 1,20,000 روپے کی گندم فروخت کی اور 5% کمیشن کا فی ایکٹ کو کتنی رقم ملی؟

7. ایک صنعت کار 15000 روپے کی سِل پچھا 15% کمیشن دیتا ہے اور 15000 سے زیادہ جتنی سِل ہو اس پر 20% کمیشن دیتا ہے۔ ایک ایکٹ 26500 روپے کی اشیاء فروخت کیں۔ اس کو کتنی کمیشن ملی؟

8. ایک ایجنٹ نے حمزہ کا پلاٹ رشید کے ہاتھ 11,00,000 روپے کا بیچا اور پھر رشید کو 10% منافع دے کر عمر کے ہاتھ بیچا اگر وہ اپنا کمیشن ہر مرتبہ $1\frac{3}{4}\%$ سے گانے تو فروخت در فروخت میں اس نے کتنے روپے کائے؟ حمزہ کو کیا ملا؟ رشید کو کتنی رقم ملی؟ عمر نے کتنی رقم لوائی؟

9. انور نے ایک زمیندار کے چاول بیچے 12% کمیشن وصول کی اگر اس نے 10,05,600 روپے کے چاول بیچے ہوں تو اس کی کمیشن کی رقم بتائیے۔

6.3 بیمہ (انشورنس) کا تصور (Concept of Insurance)

انشورنس دو پارٹیوں کے درمیان ایک ایسا سمجھوتہ ہے جس میں ایک آدمی یا ایک پارٹی کسی کمپنی کو ملانہ، سر ملحق یا سالانہ اقساط کی صورت میں کچھ رقم چوری، نقصان یا حادثاتی اموات جیسے خطرات کے پیش نظر ادا کرتی ہے۔ جبکہ انشورنس کمپنی حادثاتی موت، نقصان یا طے کردہ مخصوص مدت کے پورے ہونے کی صورت میں مقررہ کردہ رقم واپس کر دیتی ہے۔

یہ سمجھوتہ بیمہ پالیسی (Insurance Policy) کہلاتا ہے۔

اقساط اس کا پر بیمہ (Premium) کہلاتی ہیں۔

طے کردہ مخصوص مدت، تکمیلی مدت (Maturity period) کہلاتی ہے۔

کمپنی مقرر کردہ مدت پوری ہونے کی صورت میں پوری ادا کردہ رقم کے ساتھ منافع بھی ادا کرتی ہے جو کہ بونس (Bonus) کہلاتا ہے۔ انشورنس مختلف قسم کی ہوتی ہے۔ کچھ اقسام کے بارے میں یہاں پڑھتے ہیں۔

مثال کے طور پر

(i) زندگی کا بیمہ (Life Insurance)

(ii) گاڑی یا جائیداد کا بیمہ (Vehicle or Property Insurance)

(i) زندگی کا بیمہ

زندگی کے بیمہ میں پارٹیوں کے درمیان تکمیلی مدت طے ہو جاتی ہے جس کے ختم ہونے پر کمپنی کو وصول کردہ رقم بونس منافع اور بونس بیمہ دار کو ادا کرنی ہوتی ہے یا پھر اچانک موت یا حادثہ کی صورت میں ادا کرنی ہوتی ہے۔



پالیسی کا پریمیم اور تکمیل مدت دونوں ہی بیمہ کردار کے دالے کی عمر کے لحاظ سے کمپنی کے قوانین کے تحت جلد ہوتے ہیں۔ عمومی طور پر جیسے بیمہ دار کی عمر بڑھتی ہے تکمیل مدت میں اسی شرح سے کمی ہوتی رہتی ہے۔

آئیے اب مثال پر جو کہ زندگی کی بیمہ پالیسیوں کی افادیت کو ظاہر کرتی ہے پر غور کرتے ہیں۔

مثال 2:

بیمہ دار کی عمر وقت انشورنس	= 30 سال
تکمیل مدت	= 25 سال
پالیسی کی رقم	= روپے 100,000
شرح پرمی	= 3.78%
پہلا پریمیم	= $\frac{3.78}{100} \times 100,000 = 3780$ روپے
پالیسی فیس شرح 2%	= $\frac{2}{1000} \times 100,000 = 200$ روپے
خاندان کی آمدنی کا معیارہ شرح 0.557%	= $\frac{0.557}{100} \times 100,000 = 557$ روپے
کل لواشہ رقم	= روپے 4537

خاندان کی آمدن کے معیارہ کی صورت میں بیمہ دار کو کچھ اضافی پریمیم کمپنی کے قوانین کے مطابق ادا کرنا پڑتا ہے۔ بیمہ دار کی ایک سال کی مدت میں فوری کی صورت میں اس کے خاندان کو اضافی ادا شدہ پریمیم کی بنا پر مندرجہ ذیل رقم کی ادائیگی کی جائے گی۔

رقم پالیسی	= روپے 100,000
بونس شرح 4.2%	= روپے 4,200
	<hr/>
	روپے 104,200

مندرجہ بالا رقم کے علاوہ خاندان کو 10,000 روپے سالانہ 24 سال تک ملنے رہیں گے۔

پلی کل رقم جو بیمہ دار کے خاندان کو ملے گی۔

روپے 3,44,200 = روپے 2,40,000 + روپے 1,04,200

جبکہ اس نے صرف 4537 روپے ادا کیے۔

بصورت دیگر پالیسی کی تکمیل مدت کی صورت میں اس کو مندرجہ ذیل پالیسی کی رقم کی ادائیگی ہوگی۔

پالیسی کی رقم کی شرح سے = Rs 100,000

بونس 4.2% کی شرح سے 25 سال کے لیے = $Rs \frac{4.2}{100} \times 100,000 \times 25$

= Rs 4200 x 25

= Rs 105000

تکمیلی بونس 1.4% کی شرح سے 20 سال کے لیے = $Rs \frac{1.4}{100} \times 100,000 \times 20$

= Rs 28,000

اختیاری بونس 1.5% کی شرح سے 20 سال کے لیے = $Rs \frac{1.5}{100} \times 100,000 \times 20$

= Rs 30,000

خاندان کا آمدنی بونس 20 سال کے لیے = $Rs \frac{0.75}{100} \times 100,000 \times 20$

= Rs 15,000

کل رقم جو بیمہ دار کو ملے گی = $Rs (100,000 + 105,000 + 28,000 + 30,000 + 15,000)$

= Rs 278,000

جبکہ بیمہ دار نے پریمیم کی صورت میں جو رقم ادا کی = $4537 \times 25 = Rs 113,425$

نوٹ: بونس کی قسم کے ہوتے ہیں۔ جیسے اختیاری بونس، خاندان کی آمدنی کا بونس وغیرہ جن کی شرح مختلف کمپنیوں نے ملوث رکھی ہوتی ہے۔ یہ تمام معاش کی قسمیں ہیں۔

2- بیر وادہ کی دو سال کی مدت کے دوران فونگی کی صورت میں وہ رقم معلوم کریں جو اس کے لواحقین کو ملے گی۔
انجر روپے 50,000 = پالیسی کی رقم

4.2% = شرح پر بیمہ سالانہ

0.3% = شرح پالیسی فیس

0.6% = خاندان کی آمدنی کا معاہدہ

سال 22 = تکمیلی مدت

4.5% = شرح بونس

اور 6000 روپے سالانہ کی آمدن کتنی سے ملے پائی ہے۔

(ii) گاڑی اور ہرنی کی انشورنس

بعض اوقات کچھ لوگ اپنی گاڑیوں اور چاہیدار کی انشورنس چوری، آگت یا حادثہ کی صورت میں نقصان کے ازالہ کے لیے کرداتے ہیں۔ آگت کے کل قیمت یا جزوی قیمت پر کسی پر بیمہ کی شرح فیصد سے کمیشن کے قوانین کی روشنی میں کسی خاص مدت کے لیے بیمہ کر دیا جاتا ہے۔

یاد رکھیے:

پر بیمہ سالانہ کی بنیاد پر لیا جاتا ہے۔

آئیے اب گاڑیوں اور ہرنی کی انشورنس کے متعلق کچھ سوالات حل کریں۔

مثال 1:

ایک شخص نے اپنی گاڑی کی انشورنس 3.6% سالانہ شرح سے کروائی۔ اس نے پہلے پر بیمہ کے طور پر 12206 روپے ادا کیے۔ اس کی گاڑی کی مالیت معلوم کریں جبکہ اس نے 200 روپے بطور سر دس چارجز ادا کیے۔

مشق 6.2

1. پر بیمہ کی رقم مندرجہ ذیل شرحوں کے مطابق معلوم کی جاتی ہے۔

پالیسی رقم کا 4.5% = سالانہ پر بیمہ

پالیسی فیس پالیسی رقم کا 25% +

یا زیادہ سے زیادہ 200 روپے

سالانہ پر بیمہ کا 52% = ششماہی پر بیمہ

سالانہ پر بیمہ کا 27% = سہ ماہی پر بیمہ

سالانہ پر بیمہ کا 9% = ماہانہ پر بیمہ

پس پر بیمہ کی رقم کے لیے مندرجہ ذیل جدول مکمل کریں۔ یہ بھی بتائیے کہ اس نے کتنی کوکل کتنی رقم ہوا کی؟

رقم پالیسی	سالانہ پر بیمہ	ششماہی پر بیمہ	سہ ماہی پر بیمہ	ماہانہ پر بیمہ
(i) 50,000 روپے				
(ii) 100,000 روپے				
(iii) 1,50,000 روپے				
(iv) 2,00,000 روپے				

مثال 3:

ایک جائیداد کی مالیت 500,000 روپے اس کی انشورنس 5 فیصد کے حساب سے 6 سال کے لیے کروائی۔ اس کی مالیت میں 10% سالانہ کمی ہوتی ہے اگر دو سال کے بعد جائیداد واپس چاہئے تو بیمہ دہر کیئے نقصان سے بچایا؟

حل:

$$\begin{aligned}
 \text{جائیداد کی قیمت} &= 500,000 \text{ روپے} \\
 \text{پر بیمہ کی شرح} &= 5\% \\
 \text{تعمیلی مدت} &= 6 \text{ سال} \\
 \text{پہلا پر بیمہ} &= \frac{5}{100} \times 500,000 = 25000 \text{ روپے} \\
 \text{مالیت میں کمی} &= \frac{10}{100} \times 500,000 \text{ روپے} = 50,000 \\
 \text{کم شدہ مالیت} &= (500,000 - 50,000) \text{ روپے} = 450,000 \\
 \text{دوسرا پر بیمہ} &= \frac{5}{100} \times 450,000 \text{ روپے} = 22500 \\
 \text{پر بیمہ کے طور پر ادائیگی کی کل رقم} &= (25000 + 22500) \text{ روپے} \\
 &= 47500 \text{ روپے} \\
 \text{کلیم کی رقم} &= 500,000 \text{ روپے} \\
 \text{نقصان میں بچت} &= (500,000 - 47500) \text{ روپے} \\
 &= 452500 \text{ روپے}
 \end{aligned}$$

حل:

$$\begin{aligned}
 \text{روپے X} &= \text{فرس کیا گاڑی کی کل مالیت} \\
 \text{روپے 12206} &= \text{کل رقم بطور پر بیمہ ادائیگی} \\
 \text{روپے 200} &= \text{رقم جو سروس چارجز کے طور پر ادائیگی} \\
 \text{روپے -200} &= \text{پر بیمہ کی جائیداد رقم} \\
 &= 12006 \\
 &= 12006 \\
 &= \frac{12006 \times 100}{3.6} \\
 &= \frac{12006 \times 100 \times 10}{3.6} \\
 \text{روپے 333,500} &= \text{پیس ہمار کی قیمت}
 \end{aligned}$$

نوٹ: عام طور پر سروس چارج بھی پر ٹیکس میں شامل ہوتے ہیں۔ لیکن یہاں پر ہم سروس چارج کے بغیر مالی پالیسیوں پر بحث کریں گے۔

مشق 6.3

1. فاروقی نے ایک انشورنس پالیسی برائے گاڑی مالتی 8,50,000 روپے میں 4.25% سالانہ کی شرح سے برائے مدت 3 سال حاصل کی۔ وہ اس پر کتنا پر ٹیکس ادا کرے گا اگر اس نے اس مدت کے دوران کوئی ٹیکس داخل نہ کیا ہو جبکہ مالتی میں کمی 10% ہے؟
2. فرقان نے ایک گاڑی مالتی 7,50,000 روپے میں خریدی۔ اس نے اس کی انشورنس 3.5 فی صد سالانہ کی شرح سے 5 سال کے عرصہ کے لیے کروائی اس نے کل کتنی رقم گاڑی کی حفاظت کے طور پر ادا کی اگر اس نے مبلغ 100,000 روپے نقصان کے معاوضے کے طور پر وصول کیے ہوں جبکہ مالتی میں کمی 10% سالانہ ہے؟
3. فریال نے اپنی گاڑی کی ایک انشورنس پالیسی 3.25% سالانہ کی شرح سے 3 سال کی مدت کے لیے کروائی۔ اس کا پہلا پر ٹیکس 26000 روپے ہے اس کی گاڑی کی مالتی کیا ہوگی اس کا دوسرا اور تیسرا پر ٹیکس بھی معلوم کریں۔

4. عمر خیام نے اپنے گھر مالتی 75,00,000 روپے کی انشورنس بشرح 2% سالانہ کے حساب سے عرصہ 4 سال کے لیے کروائی۔ اس نے عرصہ 4 سال میں کل کتنا پر ٹیکس ادا کیا جبکہ مکان کی مالتی میں 10% سالانہ کے حساب سے کمی واقع ہوئی ہو؟

5. شفیق نے اپنی دکان کی انشورنس 3% سالانہ کے حساب سے عرصہ 3 سال کے لیے کروائی۔ جبکہ مالتی میں کمی کی شرح 5% ہے۔ اگر اس نے پہلا پر ٹیکس 21000 روپے ادا کیا ہو تو اس کی دکان کی مالتی معلوم کریں۔ اگر اس نے دو سال بعد 2000,000 روپے کا ٹیکس وصول کیا ہو تو اسے کتنی مالتی کا فائدہ حاصل ہوا؟

6. عمران نے ایک چلو کاروبار 10,00,000 میں خریدا۔ اس نے اس کو 2.5% کی شرح سے عرصہ 4 سال کے لیے انشورنس کروایا۔ 3 سال کے بعد اس نے 500,000 روپے کا ٹیکس وصول کیا۔ عمران نے نقصان کے ازالہ کے طور پر لدا شدہ پر ٹیکس کے مقابلہ میں کتنا فائدہ حاصل کیا؟

6.4 کل آمدن (Gross Income)

کل آمدن سے مراد ایسی آمدن ہے جو ایک شخص مختلف مددات مثلاً تنخواہ الاؤنس، خصوصی تنخواہ وغیرہ کے مجموعے کے طور پر ایک سال کے عرصے کے دوران وصول کرتا ہے۔

6.5 خالص آمدن (Net Income)

خالص آمدن وہ آمدن ہے جو کل آمدن میں سے بھروسہ، ذلکہ، کوئی اور چھوٹ وغیرہ کی رقم منہا کر کے حاصل ہوتی ہے۔

6.6 ٹیکس (Tax)

ٹیکس وہ رقم ہے جو حکومت عوام سے ان کو دفاع، تعلیم، ہسپتال، سڑکیں، پارکس وغیرہ کی سہولیات بہم پہنچانے کے لیے وصول کرتی ہے۔

ٹیکس کی مختلف اقسام ہیں مثلاً انکم ٹیکس، پراپٹی ٹیکس، دولت ٹیکس وغیرہ۔

6.7 انکم ٹیکس (Income Tax)

انکم ٹیکس ایک شخص کی آمدن ایک خاص حد سے بڑھنے پر لگایا جاتا ہے انکم ٹیکس کی شرح کے قوانین حکومت وقتی نو قیامی کرتی رہتی ہے۔

آمدن کی کچھ مددات جو حکومت وقت انکم ٹیکس سے مستثنیٰ قرار دیتی ہے۔ مثلاً الاؤنس، ہاؤس ریٹ،

ریٹ (چھوٹ)، خصوصی تنخواہ وغیرہ۔

ریٹ وہ رقم ہے جس پر ٹیکس کی چھوٹ ہوتی ہے
ریٹ خالص آمدن = قابل ٹیکس آمدن

انکم ٹیکس معلوم کرنے کا طریقہ درج ذیل مثال سے واضح کیا گیا ہے۔

مثال 1:

انکم ٹیکس کی رقم معلوم کریں اگر ایک شخص کی ماہوار آمدنی 6500 روپے ہو۔ جبکہ ٹیکس کی شرح 5% اور ریٹ کی رقم 50,000 روپے ہو۔

حل:

$$\begin{aligned}
 \text{ماہوار آمدنی} &= 6500 \text{ روپے} \\
 \text{سالانہ آمدنی} &= 6500 \times 12 = 78,000 \text{ روپے} \\
 \text{ٹیکس میں ریٹ} &= 50,000 \text{ روپے} \\
 \text{قابل ٹیکس آمدن} &= 78,000 - 50,000 \\
 &= 28,000 \text{ روپے} \\
 \text{انکم ٹیکس 5\% کی شرح سے} &= \frac{5}{100} \times \frac{28,000}{1} \\
 &= 1400 \text{ روپے}
 \end{aligned}$$

پس 1400 روپے بطور انکم ٹیکس ادا کیا جائے گا۔

پاکستان کے ایک مالی سال کے بجٹ میں تجویز کردہ اگم ٹیکس کا ٹیبل

شرح ٹیکس	سالانہ آمدنی
0%	80,000 تک قابل ٹیکس آمدنی
7.5%	80,000 سے 150,000 تک قابل ٹیکس آمدنی
12.5%	150,000 سے 300,000 تک قابل ٹیکس آمدنی
20%	300,000 سے 400,000 تک قابل ٹیکس آمدنی
25%	400,000 سے 700,000 تک قابل ٹیکس آمدنی
35%	700,000 سے اوپر قابل ٹیکس آمدنی



جتنی آمدنی پر ٹیکس 0 ہے وہ ریویٹ ہے۔

مثال 2: ایک شخص کا اگم ٹیکس 12.5% کی شرح سے معلوم کریں۔ جس کی خالص سالانہ آمدنی 1,78,000 روپے ہے جبکہ ٹیکس میں ریویٹ 80,000 روپے ہو۔

$$\text{روپے } 178,000 = \text{سالانہ آمدنی}$$

$$- \text{روپے } 80,000 = \text{ٹیکس میں ریویٹ}$$

$$= 178000 - 80000 = 98000 \text{ روپے قابل ٹیکس آمدنی}$$

$$= \frac{125}{10 \times 100} \times \frac{98000}{1} = 12250 \text{ روپے اگم ٹیکس 12.5\% کی شرح سے}$$

مثال 4: ایک شخص کی سالانہ آمدنی روپے 2,85,000 ہے۔ اس کا اگم ٹیکس معلوم کریں۔ اگر اس نے 7125 روپے بطور نوٹہ اور 2000 روپے دولت ٹیکس کے طور پر ادا کیے ہوں۔ جبکہ ریویٹ کی رقم 80,000 روپے ہو جبکہ اگم ٹیکس کی شرح حسب ذیل ہو۔

$$\text{کل } 150,000 \text{ روپے پر ٹیکس } 7.5\%$$

$$150000 \text{ روپے سے } 300000 \text{ روپے تک پر ٹیکس } 12.5\%$$

$$= 285000 \text{ روپے کل سالانہ آمدنی}$$

$$= 2000 \text{ روپے دولت ٹیکس}$$

$$= 7125 \text{ روپے نوٹہ}$$

$$= 285000 - (2000 + 7125) \text{ روپے قابل ٹیکس آمدنی}$$

$$= (285000 - 9125) \text{ روپے}$$

$$= 275875 \text{ روپے}$$

$$= 80000 \text{ روپے مچوٹ}$$

$$= 195875 \text{ روپے } (275875 - 80000) \text{ روپے قابل ٹیکس آمدنی}$$

$$= \frac{7.5}{100} \times 70,000 = 5250 \text{ روپے کل } 70,000 \text{ پر ٹیکس}$$

$$= (195875 - 5250) = 190625 \text{ روپے قابل ٹیکس آمدنی}$$

$$= \frac{12.5}{100} \times 190625 \text{ روپے کل } 190625 \text{ پر ٹیکس}$$

$$= \frac{1}{8} \times 125875 \text{ روپے}$$

$$= 15734.375 \text{ روپے}$$

$$= 15734 \text{ روپے تقریباً}$$

$$= (5250 + 15734) \text{ روپے کل ٹیکس کی رقم}$$

$$= 20984 \text{ روپے}$$

مکمل سوالات

- (i) خالی جگہ موزوں ترین اعداد/الفاظ سے پر کریں۔
 منافع کی صورت میں قیمت فروخت قیمت خرید سے _____ ہوتی ہے۔
 نقصان کی صورت میں قیمت خرید قیمت فروخت سے _____ ہوتی ہے۔
 اگر ایک دکاندار 2 چیزوں کے بدلے 1 مفت دے تو خریدار کو _____ فی صد بچت ہوگی۔
 اگر ایک چیز کی درج شدہ قیمت 600 روپے پر رعایت 15% ہو تو رعایتی قیمت _____ ہوگی۔
 اگر ایک دکاندار نے اصل قیمت 500 روپے کو کاٹ کر 450 روپے رعایتی قیمت درج کی ہو تو دکاندار نے _____ فی صد ریٹ دی۔
 بیر دار کی عمر بڑھنے کے ساتھ تنگیلی مدت میں _____ ہوتی ہے۔
 بیر دار کو کاڑی انشورنس پالیسی کے آخری سال میں _____ پر بیمہ ادا کرنا پڑتا ہے۔
 بیر دار کو انشورنس پالیسی کے پہلے سال کا _____ پر بیمہ ادا کرنا پڑتا ہے۔
 جائیداد کی خرید و فروخت میں مدد دینے والے شخص کو ادائیگی رقم _____ کہلاتی ہے۔
 5 لاکھ روپے میں فروخت ہونے والے مکان پر 2% کے حساب سے کمیشن ایجنٹ کو _____ روپے ملیں گے۔

2. مختصر جوابی سوالات (خود کریں)

- (1) پر بیمہ کی تعریف کریں۔
 (2) تنگیلی مدت کی وضاحت کریں۔
 (3) انکم ٹیکس کی تعریف کریں۔
 (4) خالص آمدن کی تعریف کریں۔
 (5) ریٹس کے کہتے ہیں۔
 (6) انشورنس کی تعریف کریں نیز اس کی اقسام بیان کریں۔

4. کثیر الانتخابی سوالات

- ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں صحیح جواب کے لیے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی جگہ پر لکھیے۔
 (i) 100 فی صد برابر ہوگا۔ _____

- (a) 1 (b) 10 (c) 100 (d) 1000

مشق 6.4

- 1- مندرجہ ذیل جدول کو مختلف آمدنی کے درجات کے مطابق منظم کریں۔ جبکہ انکم ٹیکس مندرجہ بالا جدول میں دی گئی شرحوں کے مطابق معلوم کیا جائے گا۔

شرح	ماہانہ آمدنی	سالانہ آمدنی	ٹیکس چھوٹ	ریٹ 0.2%	ٹیکس آمدنی	انکم ٹیکس
(i)	Rs 23530					
(ii)	Rs 17890					
(iii)	Rs 24500					
(iv)	Rs 12000					
(v)	Rs 10500					
(vi)	Rs 40,000					
(vii)	Rs 50,000					
(viii)	Rs 65,000					
(ix)	Rs 75,000					
(x)	Rs 100,000					

معروضی سوالات

- 1- درست/غلط بیانات
 درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط بیانات کے سامنے "F" لکھیے۔
 (i) قیمت خرید = قیمت فروخت - خالص منفع
 (ii) منافع = قیمت خرید + قیمت فروخت
 (iii) $\text{خالص منفع} \times 100 = \text{قیمت فروخت} \%$
 (iv) $\text{نسبت} \times 100 = \frac{\text{خالص منفع}}{\text{قیمت خرید}} \%$
 (v) کسی شے کی ٹیکس ہوتی قیمت پر رعایت کمیشن کہلاتی ہے۔
 (vi) کمیشن، ایجنٹ کسی جائیداد کی فروخت پر ایک ہی پارٹی سے کمیشن وصول کر سکتا ہے۔
 (vii) کسی گاڑی یا جائیداد کی زندگی کا بیمہ کرنا یا جانا ہے۔
 (viii) بیر دار سے پہلے پر بیمہ صرف ایک ملالایا جاتا ہے۔
 (ix) مددگار کی تکمیل تک بیر دار نے اگر کوئی رقم واپس نہ لی ہو تو اس کی دی گئی رقم ضائع جاتی ہے۔
 (x) انکم ٹیکس خالص آمدنی پر ہی لگایا جاتا ہے۔

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:

- ❖ خطوط و حدائی پر مشتمل الجبری کا اختصار
- ❖ الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کرنا
- ❖ درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی جمع و تفریق
- ❖ درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی ضرب
- ❖ درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی درجہ 2 تک کی کثیر رقمیوں پر تقسیم
- ❖ درجہ ذیل کلیات افادہ کرنا

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \quad (i)$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad (ii)$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad (iii)$$

❖ درجہ ذیل طرز کے الجبر جملوں کی تجزی کرنا

$$\star ka + kb + kc$$

$$\star a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\star a^2 - b^2$$

$$\star x^2 \pm px \pm q$$

دو متغیرات میں ایک درجی مساوات کا تصور

❖ دو متغیرات میں ایک درجی مساوات کی متبادلات مساوات کا تصور

❖ ہمزاد مساواتوں کا حاصل

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$(a_1b_2 + a_2b_1 \neq 0) \quad \text{جبکہ}$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

❖ دو ہمزاد مساواتوں کے ذریعے روزمرہ زندگی سے متعلقہ سوالات حل کرنا

کمپلی جماعتوں میں ہم نے الجبری جملوں، ہم قسم اور غیر ہم قسم رقوم، آسان الجبر جملوں اور کثیر رقمیوں کی جمع

تفریق، ضرب اور تقسیم کے عوامل کو سیکھا۔

(ii) 20 کا چہرہ 20 برابر ہوگا۔

- (a) 20 (b) 40 (c) 4 (d) 10

(iii) 20 کے 20% کا 20% برابر ہوگا۔

- (a) 20 (b) 4 (c) 8 (d) 0.8

(iv) ایک پرانے 15 لاکھ میں ایک مکان کا سودہ کروایا اور 1% دو طرفہ کمیشن ملے گی۔

- (a) 20,000 روپے (b) 30,000 روپے (c) 10,000 روپے (d) 15,000 روپے

(v) ایک فیکٹری کا مالک اپنی مصنوعات پر لکھی ہوئی قیمت پر دکانداروں کو 10% کمیشن دیتا ہے اور نقد ادائیگی کی صورت میں بھاری 5% کمیشن دیتا ہے۔ ایک چیز کی قیمت 1000 روپے ہے۔ نقد ادائیگی پر اس کی قیمت

ہوگی۔

- (a) 855 روپے (b) 850 روپے (c) 800 روپے (d) 900 روپے

(vi) ایک پرانے 100,000 روپے کی جائیداد کو 3 مرتبہ 1% کمیشن پر ہر گاہک کو 100,000 روپے میں ہی

خرید کرے اور دونوں طرف سے کمیشن وصول کرے تو اس کی کل کمیشن ہوگی۔

- (a) 3000 (b) 6000 (c) 4000 (d) 5000

(vii) ایک دکاندار 4 چیزوں کے ساتھ ایک چیز مفت دے تو گاہک کو فائدہ ہوگا۔

- (a) 25% (b) 20% (c) 15% (d) 33%

$x+y$ اور $a+b$ کی آپس میں ضرب

مثال 1: جملہ $7x(5x-4y)-6x+8y-5x$ کو مختصر کیجیے۔

حل: $7x(5x-4y)-6x+8y-5x$

$$7x(5x-4y)-6x+8y-5x = 7x(5x-4y)-x+8y$$

ایک جیسی رقوم اکٹھا کرنے سے

$$= 7x(5x-4y)-x+8y$$

$$() \quad = 7x(5x-4y)-x+8y$$

$$= (7-5-1)x + (4-8)y$$

$$= -x-4y$$

مثال 2: جملہ $x-2y-[4x-6y\{3x-z+2(2x-4y-z)\}]$ کو مختصر کیجیے۔

حل: $x-2y-[4x-6y\{3x-z+2(2x-4y-z)\}]$

$$= x-2y-[4x-6y\{3x-z+2(2x-4y-z)\}]$$

$$() \quad = x-2y-[4x-6y\{3x-z+4x-8y+2z\}]$$

$$= x-2y-[4x-6y\{7x-z-8y\}]$$

$$= x-2y-[4x-6y(7x-z-8y)]$$

$$= x-2y[-3x+2y-z]$$

$$= x-2y+3x-2y+z$$

$$= 4x-4y+z$$

مشق 7.1

مختصر کیجیے۔

1. $5x(7z-8y)-3x+5y-4z$
2. $x-2y-(x-2z)-(2y-x-(2z+x))$
3. $x-y-\{x-y-(x+y)-x-y\}$
4. $a-2b\{2a-4b(3a+c)+(2a-b-5c)\}$
5. $a^2-[a^2\{a^2-(b^2-c^2+a^2)-b^2\}-b^2]$

آئیے اب ان کے بارے میں مزید دیکھیں۔

7.1 بریکٹ والے الجبرائی جملوں کا اختصار

(Simplifying Algebraic Expressions Involving Brackets)

جیسا کہ صواب میں بریکٹ اندرونی تمام رقوم ایک ہی مقدار کو ظاہر کرتی ہیں۔ اسی طرح الجبر میں جملوں کے اختصار کے لیے بریکٹوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

بریکٹ کی درج ذیل اقسام عام طور پر استعمال کی جاتی ہیں۔

1. قلعہ خط (Vinculum)
2. قوسی بریکٹ (Parenthesis) ()
3. دندے دار بریکٹ (Braces) { }
4. مربعی بریکٹ (Square brackets) []

جس الجبرائی جملے میں بریکٹ لگے ہوں اسے مختصر کرنے کے لئے ضروری ہے کہ بریکٹ ہٹائے جائیں۔

بریکٹ ہٹانے کیلئے مندرجہ ذیل قوانین استعمال کیے جاتے ہیں۔

(i) اگر دو یا دو سے زیادہ قسم کے بریکٹ ہوں تو اندرونی بریکٹ کو سب سے پہلے ختم کیا جائے گا۔ پس

پس () اور { } کو بالترتیب ختم کیا جاتا ہے۔

(ii) اگر کسی بریکٹ سے پہلے + کی علامت ہو تو جملے میں کسی قسم کی تبدیلی کیے بغیر بریکٹ ہٹائے جاتے ہیں

$$\text{مثلاً } 3x^2 + (5x - x^3) = 3x^2 + 5x - x^3$$

(iii) اگر کسی بریکٹ سے پہلے - کی علامت ہو تو بریکٹ کے اندر ہر رقم کی علامت تبدیل (+ سے - اور - سے +) کر کے بریکٹ ہٹائے جاتے ہیں۔

$$\text{مثلاً } 2x^2 - (x - y) = 2x^2 - x + y$$

(iv) اگر کوئی مقدار بریکٹ سے پہلے لکھی ہو تو اس مقدار کو بریکٹ کے اندر ہر رقم سے ضرب دی جاتی ہے۔

$$\text{مثلاً } a(x+y) = ax + ay$$

(v) اگر دو بریکٹوں کے درمیان +، - یا × سے کوئی بھی علامت نہ ہو تو اس کا مطلب ہے کہ دونوں جملوں کو آپس میں ضرب دی جائے گی۔

$$\text{مثلاً } (a+b)(x+y) \text{ کا مطلب ہے۔}$$

مثال 3: اگر $x = -\frac{1}{4}$, $y = \frac{1}{3}$ اور $z = \frac{1}{2}$ کی قیمت معلوم کریں۔

$$\frac{x^3y^3 + y^3z^3 + z^3x^3}{x^3y^3z^3} = \frac{x^3y^3}{x^3y^3z^3} + \frac{y^3z^3}{x^3y^3z^3} + \frac{z^3x^3}{x^3y^3z^3}$$

(1)

$$= \frac{1}{z^3} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}$$

$$x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x} = -4, y = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{y} = 3, z = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{z} = 2$$

اب $\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{z}$ کی قیمتیں (1) میں رکھتے ہیں

$$2^3 + (-4)^3 + 3^3 = 8 - 64 + 27 = -29$$

مشق 7.2

(i) اگر $x=3$, $y=2$ اور $z=1$ تو مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $10xy + 6yz + 7zx$

(ii) $y^2 + z^2 - x^2 + 2yz$

(iii) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

(iv) $x(y+z) + y(z+x) + z(x+y)$

(v) $xy(yz+zx) + yz(zx+xy) + zx(xy+yz)$

(vi) $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$

(vii) $\frac{xy}{x} + \frac{yz}{y} + \frac{zx}{z}$

(viii) $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{x^2}$

(ix) $\frac{x^2y^2}{x^2+xy+y^2}$

(x) $\frac{y^2+z^2}{y^2-z^2} \times \frac{2x}{3y-x}$

(ii) n قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کرنے کا فارمولا یہ ہے

$$s = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

اس فارمولا کی مدد سے

(i) پہلے 100 قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کریں۔

(ii) پہلے 149 قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کریں۔

(iii) قدرتی اعداد 101 سے 149 تک کا مجموعہ کیا ہوگا؟

ایک بند سلنڈر (تیلن) کی سطح کے قبا A کیلئے فارمولا $A = 2\pi r(r+h)$ ہے۔

جبکہ h اس سلنڈر کا بلندی ہے۔ تیل کے ایک بند ڈرم کی سطح کا رقبہ معلوم کریں جبکہ اس کا رداس 30 سم ہے۔

بند 80 سم ہے $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

6. $a - [(2-a) - \{3 - (a-a^2)\} - a(a^2-a^3)]$

7. $-x - \{3 - (x-3-x) + \{x + (3-x-3)\}\}$

8. $3x^2 - 2(y^2 - x^2 - z^2) - 3\{(x^2 - y^2 + z^2) - x^2 - y^2\}$

9. $2x - 3\{[3x - (x-y-3)] + 5[4x - 2(3y-4+x)]\}$

10. $64 - 5[-13x - 7\{-19x + 4(17x - 15x - 6)\}]$

7.2 الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کرنا

(Evaluating Algebraic Expressions)

ایک یا ایک سے زیادہ متغیرات پر مشتمل الجبری جملہ میں متغیرات کی جگہ ان کی مخصوص قیمتیں (حقیقی اعداد) درج کیے جائیں تو حاصل ہونے والا عدد الجبری جملہ کی قیمت کہلاتا ہے۔

مثلاً اگر جملہ $2x + 5$

میں $x = 4$ رکھیں تو $2(4) + 5 = 8 + 5 = 13$

$= 8 + 5 = 13$

پس $x = 4$ ہو تو جملہ $2x + 5$ کی قیمت 13 ہے۔

مثال 1: اگر $x = 3$ ہو تو جملہ $x^2 + 2x + 1$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: جملہ میں x کی جگہ 3 رکھتے ہیں

$$x^2 + 2x + 1 = 3^2 + 2(3) + 1 = 9 + 6 + 1 = 16$$

پس $x = 3$ ہو تو $x^2 + 2x + 1$ کی قیمت 16 ہوگی۔

مثال 2: $x = 2$ کی قیمت معلوم کریں جبکہ $x = 2$

حل: جملہ کو پہلے مختصر کریں گے۔

$$3(1-x^2) - 2\{x^3 - (3-2x^2)\} - 3 + 3x^2 - 2\{x^3 - 3 + 2x^2\}$$

$$= -3 + 3x^2 - 2x^3 + 6 - 4x^2$$

$$= -2x^3 - x^2 + 3 \quad (1)$$

اب (1) میں $x = 2$ درج کرنے سے

$$= -2(2)^3 - (2)^2 + 3 = -16 - 4 + 3 = -17$$

مثال 4: $5x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 2x + 3$ اور $2x^4 + 3x^3 - 2$ کو تفریق کریں۔

حل:

$$[(5x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 2x + 3) - (2x^4 + 3x^3 - 2)]$$

$$= 4x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 8x - 5 - 2x^4 - 3x^3 + 2$$

$$= 4x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 3x^3 + 8x - 5 + 2$$

$$= 2x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 8x - 3$$

7.3 مشق

1- حل کیجیے۔

- (i) $(9x^3 - 5x^2y + 3xy^2 + y^3) + (-11x^3 + 7x^2y - 8xy^2 - 5y^3)$
- (ii) $\left(\frac{1}{7}x^4 + \frac{3}{7}x^2 - 1\right) + \left(\frac{1}{6}x^3 + \frac{4}{7}x^2 - \frac{2}{7}x + \frac{8}{7}\right)$
- (iii) $(y^3 - y^2 - 5) - (6y - y^2 + 9 + 5y^3) + (2y^3 - 7y - 4)$
- (iv) $4x^4 - [3x^2 + (2x - 3) - 5x^2 - 9(3x^2 + 5x)]$
- (v) $6x^2 - [4x - 3(x^2 - 2) - 6x - 3]$
- (vi) $4x^4 - 3x^3 + [(2x - 1) - (3x^2 + 5x - 2x) + 2]$

(i) -2 $x^3 + x^2 + x - 4$ میں سے $7 - x - x^2$ کو تفریق کیجیے۔

(ii) $x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{7}{2}$ میں سے $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^4$

3- x^4 کو 1 میں سے تفریق کیجیے اور حاصل تفریق کو $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 6x + 1$ میں سے تفریق کریں۔

4- $7x^3 + 6$ کو $3ax + 12x^2 + 4$ اور $12x^2 + ax - 6x$ کے مجموعہ میں سے تفریق کیجیے۔

7.4 4 درجہ تک کی کثیر رقمیوں کی ضرب

(Multiplying two Polynomials of degrees up to 4)

دو کثیر رقمیوں کی ضرب کرتے وقت ایک کثیر رقمی کو ایک ہی رقم تصور کرتے ہوئے دوسری سے ضرب دیتے ہیں۔

7.3 4 درجہ تک کی کثیر رقمیوں کی جمع اور تفریق

(Adding and Subtracting Polynomials of degrees upto 4)

ہم دو درجہ تک کی کثیر رقمیوں کی جمع اور تفریق یکہ چکے ہیں۔ اب ہم 4 درجہ تک کی کثیر رقمیوں کی جمع اور تفریق کے متعلق پڑھیں گے۔

مثال 1: $7x^3 + 5x^2 - 11x + 2$ اور $4x^3 - 3x^2 + 15 + 9$ کو جمع کریں۔

حل: ہم دونوں کثیر رقمیوں کو عمودی شکل میں اپنے تہے لکھ کر جمع کرتے ہیں۔

ہر قسم رقموں کے عددی سر جمع کیے جاتے ہیں اور عددی سرور کے مجموعہ سے نتیجہ کو ضرب دی جاتی ہے۔

$$7x^3 + 5x^2 - 11x + 2$$

$$4x^3 - 3x^2 + 15x + 9$$

$$11x^3 + 2x^2 + 4x + 11$$

عملی کام میں جمع کا عمل افقی شکل میں انجام دینا زیادہ آسان ہے۔ مندرجہ بالا کثیر رقمیوں کو جمع کرنے کیلئے ہم ایک جیسی رقم کی گرو بندی یوں کرتے ہیں۔

$$(7x^3 + 5x^2 - 11x + 2) + (4x^3 - 3x^2 + 15x + 9)$$

$$= (7x^3 + 4x^3) + (5x^2 + 3x^2) + (-11x + 15x) + (2 + 9)$$

$$= (7 + 4)x^3 + (5 + 3)x^2 + (11 + 15)x + 11$$

$$= 11x^3 + 2x^2 + 4x + 11$$

یہ وہی جواب ہے جو ہم نے اوپر عمودی شکل کی جمع سے حاصل کیا۔

مثال 3: $9x^3 - 7x^2 + 5x + 1$ کو $2x^3 - 12x^2 + 9x - 2$ میں سے تفریق کریں۔

حل: عمودی صورت میں لکھنے سے

$$9x^3 - 7x^2 + 5x + 1$$

$$\pm 2x^3 \mp 12x^2 \pm 9x \mp 2$$

$$7x^3 + 5x^2 - 4x + 3$$

تفریق ہونے والے جملے کی

علامات تبدیل کر کے جمع کیا۔

مشق 7.4

مختصر کیجیے

- $(x+2y)(x^2-3y^2)$
- $(4x^2-y^2)(5x+2y^2)$
- $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
- $(3-4x+x^2)(5x^2+x-2)$
- $(x^3+4x^2-5x+1)(2x^2+x-1)$
- $(ax^2+bx+c)(px+q)$
- $(4x^3-5x^2y+7xy^2-8y^3)(3x-5y)$
- $(7x^3-x+11)(2x^2-9)$
- $(5x^4+3x^2y^2-7xy+y^2)(5x-7y)$
- $(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)(ax+by-cz)$
- $(x^3+2x-5)(5x^3-2x^2+7x+4)$
- $(5x^3-4x^2-3x+1)(-x^3+3x^2-1)$
- $(3x^4+x^2-x+2)(5x^3+3x^2-2x-3)$
- $(x^4+x^2y^2+y^4)(x^4-x^2y^2+y^4)$

7.5 4 درجہ تک کی کثیر رقیوں کو 2 درجہ تک کی کثیر رقیوں پر تقسیم کرنا

Dividing Polynomials (of degrees upto 4) by Polynomials (of degrees upto 2)

4 درجہ کثیر رقی کی ایک درجہ یا دو درجہ کثیر رقی پر تقسیم اسی طرح کی جاتی ہے جیسا کہ ہم ساتویں جماعت میں 3 درجہ کثیر رقی کو ایک درجہ کثیر رقی پر تقسیم کرنا سیکھے ہیں۔

آئیے اس کا اعادہ کریں۔

مثال 1: $20 - 12x + x^2$ کو $x - 2$ پر تقسیم کریں۔

حل:

$$\begin{array}{r}
 x-10 \\
 x-2 \overline{) x^2-12x+20} \\
 \underline{+x^2+2x} \\
 -10x+20 \\
 \underline{+10x+20} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 x^2 = x \\
 x(x-2) = x^2 - 2x \\
 -10x \\
 -10 \\
 x \\
 -10(x-2) = -10x + 20
 \end{array}$$

اب باقی میں تقسیم کنندہ سے کم درجہ کی کثیر رقی یا صفر آجائے تو تقسیم کا عمل رک جاتا ہے

مثال 1: $x-1$ اور $x+1$ کا حاصل ضرب معلوم کریں۔

حل: ہم $x+1$ کو ایک ہی رقم تصور کریں گے۔

$$\begin{aligned}
 (x-1)(x^2+x+1) &= x(x^2+x+1) - 1(x^2+x+1) \\
 &= x^3+x^2+x-x^2-x-1 \\
 &= x^3-1
 \end{aligned}$$

دو کثیر رقیوں کو ضرب دیتے کے لیے پہلی کثیر رقی کی ہر رقم کو دوسری کثیر رقی سے ضرب دیں اور بریکٹ ہٹا کر ایک جیسی رقم اکٹھی کریں۔

ضرب کا یہ طریقہ کثیر رقیوں کے ضرب کی اسی شکل کہلاتا ہے۔

کثیر رقیوں کی ضرب کا ایک اور طریقہ یہ کہ دونوں کثیر رقیوں کو اب سترے رک کر ضرب دی جاتی ہے جیسا کہ نیچے دی گئی مثال میں کیا گیا ہے۔

مثال 3: $1-5x^2+3x^3+4x^4+5x^5-7x^6$ سے ضرب دیں

$$\begin{array}{r}
 4x^4+3x^3+5x^2-1 \\
 \times 5x^2-7x^2+3 \\
 \hline
 20x^6+15x^5+25x^4-5x^2 \\
 -28x^6-21x^5-35x^4+7x^2 \\
 \hline
 12x^4+9x^3+15x^2-3 \\
 \hline
 20x^6-13x^5+4x^4-23x^3+4x^2+22x-3
 \end{array}$$

اس یونٹ میں ہم سیکھے گئے۔

- ❖ مسئلہ فیثاغورث کا بیان اس کا غیر رسمی ثبوت اور استعمال۔
- ❖ مثلث اور چوکور کی علاقہ کارقبہ معلوم کرنے کے لیے ہیر و قار مولا کا بیان اور استعمال۔
- ❖ میلن کی سطح کا رقبہ اور میلن کا حجم معلوم کرنا۔
- ❖ مخروط کی سطح کا رقبہ اور مخروط کا حجم معلوم کرنا۔
- ❖ روزمرہ زندگی سے میلن اور مخروط کے رقبہ اور حجم کے متعلقہ عہداتی سوالات۔

عمل تشکیل (Construction)

- ❖ ایک قطعہ خط کو دینے کے چند برابر حصوں میں تقسیم کرنا۔
- ❖ ایک قطعہ خط کو دینے کے چند نسبتی حصوں میں تقسیم کرنا۔
- ❖ ایسی مثلث بنانا جس کا احاطہ اور اضلاع کی مقداروں میں نسبت دی گئی ہو۔
- ❖ منظم، مخمس، سدس، اور مشن کی تصویر۔
- ❖ منظم، مخمس، سدس اور مشن کی تشکیل۔
- ❖ مربع اور مستطین کے وتروں کی تقریب۔
- ❖ مربع اور مستطین کے وتروں کی خصوصیات۔
- ❖ مربع اور مستطین کی تشکیل، جبکہ ان کے وتروں کی مقداریں دی گئی ہوں۔

❖ مسئلہ فیثاغورث (Pythagorus Theorem)

مسئلہ فیثاغورث جومیٹری میں بنیادی حیثیت کا حامل ہے۔ 2500 سال قبل ایک یونانی ریاضی دان

فیثاغورث نے دریافت کیا اس کی دریافت کا خیال اسے دریائے نیل کی چوڑائی کی پیمائش کے ایک خاص طریقے سے آیا۔ مصری دریائے نیل کی چوڑائی کی پیمائش ایک زنجیروں سے بنی ہوئی خاص قسم کی قاتمہ الٹراویہ مثلث کی مدد سے کرتے تھے۔ جس کے اضلاع میں 3:4:5 ہوتی تھی۔

مثال 2:
حل:

$$2x+3 \overline{) 8x^3+16x^2+8x+3}$$

$$\begin{array}{l} 8x^3 \div 2x = 4x^2 \\ 4x^2(2x+3) = 8x^3 + 12x \\ 4x^2 \div 2x = 2x \\ 2x(2x+3) = 4x^2 + 6x \\ \frac{2x}{2x} = 1 \\ 1(2x+3) = 2x + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x^2+2x+1 \\ 2x+3 \overline{) 8x^3-16x^2+8x+3} \\ \underline{\pm 8x^3+12x^2} \\ -4x^2+8x \\ \underline{\pm 4x^2 \pm 6x} \\ 2x+3 \\ \underline{+ 2x+3} \\ 0 \end{array}$$

مشق 7.5

پہلے جملے کو دوسرے جملے پر تقسیم کیجیے۔

1. $(5x - 2x^2 + x^3 - 24) \div (x - 3)$
2. $(3x^3 + x - 2 + x^2) \div (3x - 2)$
3. $(6x^3 + 7x^2 + 5x + 2) \div (3x + 2)$
4. $(10x^3 - x^2 - 17x - 4) \div (5x + 2)$
5. $(12x^3 - 28x^2 + 13x - 3) \div (2x + 3)$
6. $(3x^4 + 13x^2 + 5) \div (3x^2 + 1)$
7. $(2x^3 - 2x^2 + 3x + 6) \div (x^2 - 1)$
8. $(x^4 - 1 + x) \div (x - 1)$
9. $(6x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x + 2) \div (3x^2 - 2x + 1)$
10. $(8x^4 + 14x^3y - 23x^2y^2 + 14xy^3 + 15y^4) \div (2x^2 + 3xy - 5y^2)$

7.6 فارمولے اخذ کرنا (Establishing Formulae)

فارمولے الجبرے میں انتہائی اہم کردار ادا کرتے ہیں ان کی مدد سے ضرب کا عمل کیے بغیر نتائج لکھے جاسکتے ہیں۔ جو فارمولے ہم اخذ کریں گے ان میں ضرب کا عمل ہوگا۔

آئیے ہم چند فارمولے اخذ کرتے ہیں۔

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab: \text{ (a) فارمولا 1}$$



ضلع a کے مربع کا رقبہ a^2 ہے
ضلع b کے مربع کا رقبہ b^2 ہے
ضلع c کے مربع کا رقبہ c^2 ہے

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ
ضلع c والے مربع کا رقبہ ضلع a اور
ضلع b والے مربعوں کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔
پس ثابت ہوا $c^2 = a^2 + b^2$
(قاعدہ) $^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{وتر})^2$

8.3 مسئلہ فیثاغورث کا استعمال

(Application of Pythagoras Theorem)

کسی قائمہ الزاویہ مثلث کے کوئی سے دو اضلاع کی لمبائیاں دی گئی ہوں تو مسئلہ فیثاغورث کا استعمال کرتے ہوئے ہم تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کر سکتے ہیں۔

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{یعنی}$$

$$a^2 = c^2 - b^2 \quad \text{تو}$$

$$b^2 = c^2 - a^2 \quad \text{اور}$$

مثال 1: سامنے دی گئی مثلث کی شکل میں ضلع \overline{AB} کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا $x = \overline{AB}$

(مسئلہ فیثاغورث کی رو سے)

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad (\because m\angle C = 90^\circ)$$

$$\text{یہاں } c = x, a = 5\text{cm}, b = 12\text{cm}$$

$$x^2 = 5^2 + 12^2$$

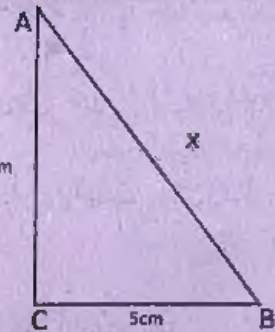
$$x^2 = 25 + 144$$

$$x^2 = 169$$

$$x = \sqrt{169} = 13\text{cm}$$

$$\overline{AB} = 13\text{cm}$$

پس



8.1 بیان مسئلہ فیثاغورث (Statement of Pythagoras Theorem)

کسی قائمہ الزاویہ مثلث ABC میں
اگر $m\angle C = 90^\circ$ اور a, b, c ہوں تو
مقداریں بالترتیب a, b, c ہوں تو
 $c^2 = a^2 + b^2$
(قاعدہ) $^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{وتر})^2$
یاد رکھیے:

زاویہ قائمہ کے سامنے والا ضلع وتر کہلاتا ہے۔ زاویہ قائمہ کے
مقابلہ ضلع میں سے ایک کو قاعدہ اور دوسرے کو عمود کہتے ہیں

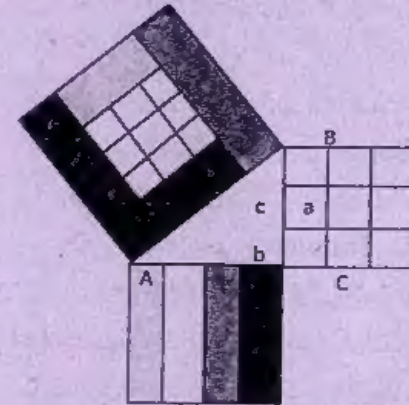
کیا آپ جانتے ہیں؟

اگر کسی مثلث کے اضلاع میں 3:4:5 ہو تو وہ قائمہ الزاویہ مثلث
ہوتی ہے لیکن اس کا معکوس بیان ہمیشہ درست نہیں ہوتا۔

8.2 مسئلہ فیثاغورث کا غیر رسمی ثبوت (Informal Proof of Pythagoras Theorem)

ہم اسے ایک سرگرمی کے ذریعے ثابت کریں گے۔

سرگرمی: سامان: گتہ، قلمی، رنگدارہ، منسلک۔
مدارج عمل:



(i) ایک قائمہ الزاویہ مثلث ABC بنائیں جس میں

$m\angle C = 90^\circ$ اور اس کے

اضلاع کی لمبائیاں بالترتیب a, b, c اور c فرض

کریں (وتر کی لمبائی c ہوگی)

(ii) مثلث کے تینوں اضلاع پر دی گئی شکل کے مطابق

a, b, c اضلاع کے مربعات بنائیے۔

(iii) چونکہ $a:b:c = 3:4:5$ لہذا $a=3, b=4$ اور $c=5$ کو

5 برابر حصوں میں تقسیم کیجیے۔

(iv) دی گئی شکل کے مطابق مربعوں کو مستطیلی ٹیڑیوں میں تقسیم کریں۔ اور ان ٹیڑیوں میں مختلف رنگ بھر دیجیے۔

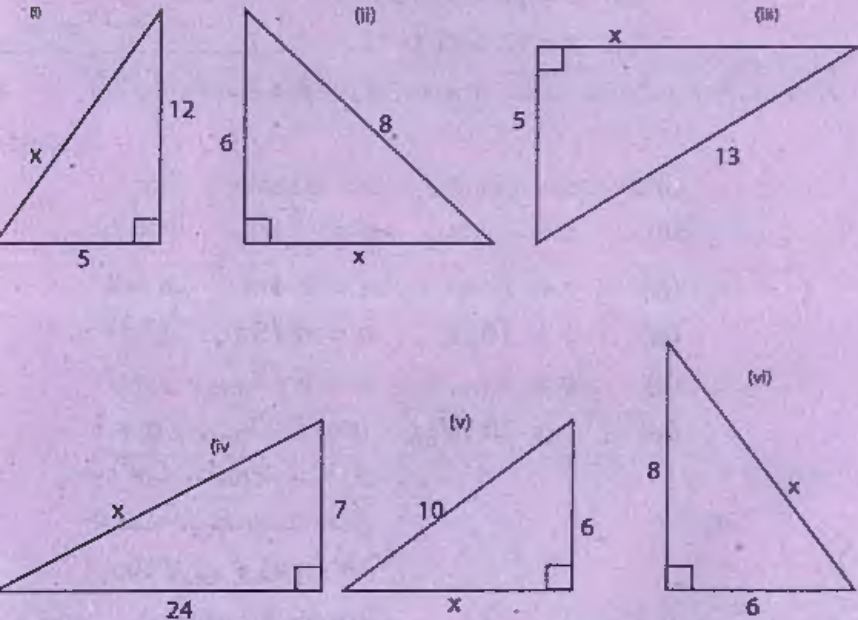
(v) اب قلمی لیجیے اور احتیاط سے a اور b ضلع والے مربعوں کو کاٹ لیجیے۔

(vi) اب b ضلع والے مربع کی مستطیلی ٹیڑیاں کاٹ لیجیے اور c ضلع والے مربع میں ضلع a والا مربع اور یہ مستطیلی

ٹیڑیاں دی گئی شکل کے مطابق سمیت کر لیں۔

مشق 8.1

دی گئی قائمہ الزاویہ مثلثوں میں دو واسطوں کی لمبائی (سم) میں دی گئی ہے۔ ہر ایک میں تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کریں؟ (مثلثیں سکیل کے مطابق نہیں بنائی گئیں)



2. ایک مساوی الساقین قائمہ الزاویہ مثلث میں وتر کی لمبائی 98 سم ہے۔ برابر (متساوی) ضلعوں کی لمبائی معلوم کریں۔

3. ایک 10 میٹر لمبا سیر می دیوار کے ساتھ کھڑی کی گئی ہے۔ سیر می کا نچلا سر اوپر سے 6 میٹر وڈ میں پر لگا ہوا ہے۔

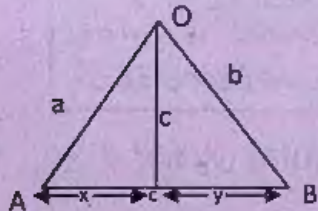
بتائیے کہ زمین سے اس کے قاعدے پر سیر می کا اوپر والا سر اوپر کو کچھوا رہا ہے؟

4. ایک مثلث ABC جس میں

$m\angle C = 90^\circ$ ہے اور $m\overline{CA} = 7.2\text{cm}$, $m\overline{BC} = 2.1\text{cm}$ ہے۔ \overline{AB} کی لمبائی معلوم کریں

5. سامنے دی گئی شکل میں ثابت کریں۔

$$a^2 - x^2 = b^2 - y^2$$



مثال 3: ایک 2.5 میٹر لمبی سیر می دیوار سے لگائی گئی۔ اگر اس کا بالائی سر اوپر سے 2 میٹر کی بلندی تک پہنچے تو سیر می کے پائے کا دیوار سے فاصلہ معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا سیر می کے پائے کا دیوار سے فاصلہ x ہے

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے $a^2 = c^2 - b^2$ ، $m\angle C = 90^\circ$

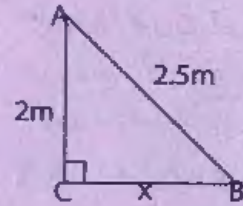
$$c = 2.5\text{m} , a = x , b = 2\text{m}$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$\Rightarrow x^2 = (2.5)^2 - (2)^2 = 6.25 - 4$$

$$\Rightarrow x^2 = 2.25$$

$$\Rightarrow x = 1.5\text{m}$$



مثال 4: ایک مستطیل کی طویل 20 میٹر اور اس کے وتر کی لمبائی 25 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا کثیت کی چوڑائی x میٹر ہے۔

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$b^2 = a^2 + c^2 , m\angle B = 90^\circ$$

$$b = 25\text{m}, c = x, a = 20\text{m}$$

$$(25)^2 = x^2 + (20)^2$$

$$x^2 = (25)^2 - (20)^2 = 625 - 400 = 225$$

$$x^2 = 225 \Rightarrow x = \sqrt{225}\text{m} \Rightarrow x = 15\text{m}$$

$$\text{مستطیل کثیت کی چوڑائی} = 15\text{m}$$

$$\text{مستطیل کثیت کی لمبائی} = 20\text{m}$$

$$\text{مستطیل کثیت کا رقبہ} = 15\text{m} \times 20\text{m}$$

$$\boxed{\text{کثیت کا رقبہ} = 300\text{m}^2}$$

مثال 5: ایک مربع کثیت کا رقبہ 14400m² ہے۔

اس کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا کثیت کے ایک ضلع کی لمبائی = x

$$\text{رقبہ} = x^2 = 14400\text{m}^2$$

$$x = 120\text{m}$$

ض کیا وتر کی لمبائی = c

$$c^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow c^2 = 2x^2$$

مسئلہ فیثاغورث کے رو سے

$$= 2 \times 14400\text{m}^2 \Rightarrow c = \sqrt{2 \times 14400}\text{m} \Rightarrow c = 120\sqrt{2}\text{m}$$

فیض رضا پسلی یکشنبہ کی مطبوعات

اللہ تعالیٰ کے فضل و کرم سے ہمیں قرآن مجید کی اشاعت میں کئی منفرد اعزاز حاصل ہیں۔

- 1- تلاوت اور فہم قرآن مجید کو انتہائی آسان بنانے والا نسخہ لفظی اور با محاورہ ترجمہ کیا تھا، مختلف رنگوں میں دستیاب ہے۔ اب قرآن حکیم پڑھنا مشکل نہیں رہا۔
- معمولی اُردو پڑھنے والے بھی آسانی سے قرآن حکیم کی تلاوت کر سکتے ہیں۔
- 2- حفاظ کرام کی آسانی کیلئے قشائے ہات کے ساتھ قرآن حکیم کی اشاعت۔

A translation of the Holy Quran
in simple, idiomatic English
KANZUL-IMAAN

By:
Aqib Farid alQadri

NOOR-UL-IRFAAN
with the English Translation of
KANZUL-IMAAN

By:
Moulana Mohammad Hoosain Mukaddam

- 5- القرآن حکیم برہان معنی کنز الایمان (برہان زبان)
- 6- القرآن حکیم فی ترجمہ کنز الایمان (پتو زبان)
- 7- بیاضی قرآن حکیم کی اشاعت کا منفرد اعزاز۔
- 8- مبتدی کیلئے جدید انداز میں مختلف رنگوں میں رحمانی قاعدہ تجویدی قواعد کیا تھا۔
- 9- شرح اسماء الحسنیٰ مع شرح اسماء المصطفیٰ ﷺ ایک کتاب میں یکجا۔
- 10- سیرت النبی ﷺ کی روشنی میں مصطفائی معاشرہ کی تشکیل۔ (مقالات سیرت)
- 11- نبی اکرم ﷺ کے اسوۂ حسنہ اور تعلیمات کی روشنی میں احرام آدمیت۔ (مقالات سیرت)
- 12- حضرت امام اعظم ابوحنیفہ رحمہ اللہ کی فقہی بصیرت اور اسلامی معاشرہ کی تشکیل جدید۔ (مقالات سیرت)
- 13- نجات سیرت بدو سرور و کرامات قریشی
- 14- نجات تصوف بدو سرور و کرامات قریشی
- 15- نماز سنت نبوی ﷺ کی روشنی میں (سوال جواب)۔
- 16- شرح عقائد نسبی

$$\begin{aligned} &= \frac{20}{2} = 10 \text{ cm} \\ \Delta ABC &= \sqrt{10(10-8)(10-6)(10-6)} \\ &= \sqrt{10 \times 2 \times 4 \times 4} \\ &= 2 \times 4\sqrt{5} \\ &= 8\sqrt{5} \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

مشق 8.2

1. ایک مثلث کے اضلاع کی مقداریں $53m$, $60m$ اور $111m$ ہیں اس مثلثی علاقے کا رقبہ معلوم کریں۔
2. مندرجہ ذیل اضلاع والی مثلثوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔
(i) $13cm$, $14cm$, $15cm$ (ii) $5cm$, $12cm$, $13cm$ (iii) $103cm$, $115cm$, $13cm$
3. اگر مثلث ABC کے راسوں A, B, C کے مقابلہ اضلاع کی مقداریں بالترتیب a , b , c ہوں اور مثلث کا احاطہ 25 ہو تو نیچے دیے گئے سوال میں مطلوبہ مقداریں معلوم کیجیے۔

- (i) $a = 5m$, $b = 7m$, $s = 9m$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$ $\Delta ABC = \underline{\hspace{2cm}}$
- (ii) $a = 10m$, $b = 8m$, $s = 12m$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$ $\Delta ABC = \underline{\hspace{2cm}}$
- (iii) $a = 3cm$, $s = 9.5cm$, $c = 9m$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ $\Delta ABC = \underline{\hspace{2cm}}$
- (iv) $a = 3.5dm$, $b = 2.5dm$, $c = 4.5dm$, $s = \underline{\hspace{2cm}}$ $\Delta ABC = \underline{\hspace{2cm}}$

قومی ترانہ

پاک سر زمین شاد باد کشورِ حسین شاد باد

تو نشانِ عزمِ عالیشان ارضِ پاکستان !

مرکزِ یقین شاد باد

پاک سر زمین کا نظام قوتِ اخوتِ عوام

قوم ، ملک ، سلطنت پائندہ تابندہ باد

شاد باد منزلِ مُراد

پرچمِ ستارہ و ہلال رہبرِ ترقی و کمال

ترجمانِ ماضی ، شانِ حال جانِ استقبال !

سایہٴ خدائے ذوالجلال

حفیظہ جالندھری



Al-Baghdad Printers PAK
E-Mail: ah_printers007@yahoo.com
Toll: +92-41-8788887